단원테스트 1차

1. $2x-y=3$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는? [배점 5, 중상]

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

해설

$2x-y=3 \Rightarrow y=2x-3$

$\sqrt{2x+y}=\sqrt{2x+2x-3}=\sqrt{4x-3}$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,

근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. $(\sqrt{4\times 10-3}=\sqrt{37}>7^2\ )$

$\therefore \sqrt{4x-3}=7$ 일 때, $x=13$ 이므로 성립한다.

$\therefore x=13$

2. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $a>0$) [배점 5, 중상]

① 0 의 제곱근은 1 개이다.

② a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

③ 제곱근 a는 $\sqrt{a}$ 이다.

④ $x^2=a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

3. 실수의 집합을 R , 유리수의 집합을 Q , 무리수의 집합을 I 라고 할 때, 집합 $K=\{x\mid x=a+b\sqrt{2}, a,b\in Q\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $0\in K$

② $K\cap Q=\varnothing$

③ $Q\subset K$

④ $K\subset I$

⑤ $K\cup Q=K$

해설

$b=0$ 이고, a 가 유리수일 때,

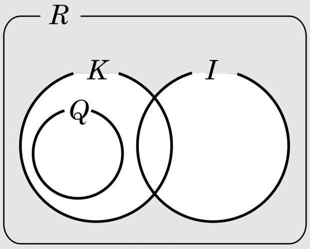
집합 K 는 유리수 전체의 집합이다.

i) $b=0$ 이고, $a\in Q$ 일 때, x 는 유리수 전체가 된다.

ii) $b\neq 0$ 이고, $a\in Q$ 일 때, x 는 무리수의 일부가 된다.

또, $a-b=0$ 일 때, $x=0$ 이 되므로 $0\in K$ 이다,

따라서 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같으므로 ㉡,㉣는 옳지 않다.



4. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a, $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a+2b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$

$\therefore\ a = -1$

$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3 \times 12} = 6 \times 6 = 36 = (\pm 6)^2$

$\therefore\ b = +6$

$3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 6 = -3 + 12 = 9$

5. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 < x < 3$ 일 때,

$\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$

$= x + 2 + x - 3 + 6 - 2x = 5$

6. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는? [배점 5, 중상]

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 36 ⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$-5 + \square = -1,\ \square = 4$

4 는 16 의 양의 제곱근

7. 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.

② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.

③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.

④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

① 제곱수의 제곱근은 유리수

② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

④ $0 \times \sqrt{2} = 0$

⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

8. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b > 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} \times \sqrt{4b^2} - \sqrt{(-5a)^2} \times \left\{-\sqrt{(-b)^2}\right\}$ 을 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

해설

$ab < 0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.

$a - b > 0$ 이면 $a > b$ 이므로 $a > 0,\ b < 0$ 이다.

$\sqrt{(3a)^2} \times \sqrt{4b^2} - \sqrt{(-5a)^2} \times \left\{-\sqrt{(-b)^2}\right\}$

$= |3a| \times |2b| - |5a| \times (-|b|)$

$= 3a \times (-2b) - 5a \times b = -6ab - 5ab = -11ab$

9. $\sqrt{120-x}-\sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다.
$\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x=20$ 이어야 한다.

10. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $a>0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2}=a$ 이다.

② $a<0$일 때, $-\sqrt{(-a)^2}=a$

③ $a>0$ 일 때, $\sqrt{16a^2}=4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2}=|a|$ 이다.

⑤ $a<0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2}=3a$ 이다

해설

① $a>0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2}=a$
② $a<0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$
③ $a>0$ 일 때, $\sqrt{16a^2}=4a$
④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2}=|a|$
⑤ $a<0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2}=-3a$

11. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a=\pm\sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x=3$이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

[배점 5, 중상]

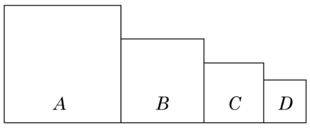
① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7.5}$ 이다.
㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

12. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



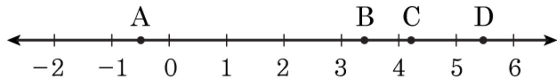
[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

$(\text{B의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (\text{A의 넓이})$
$(\text{C의 넓이}) = \frac{1}{2}\times(\text{B의 넓이}) = (\frac{1}{2})^2\times(\text{A의 넓이})$
$(\text{D의 넓이}) = \frac{1}{2}\times(\text{C의 넓이}) = (\frac{1}{2})^3\times(\text{A의 넓이})$
A 의 넓이가 4cm^2 이므로
$(\text{D의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$
따라서 $(D\text{의 넓이}) = (\text{한 변의 길이})^2 = \frac{1}{2}(\text{cm}^2)$
이므로 $(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2, 2\sqrt{5}-5, 10-3\sqrt{5}, \sqrt{27}$이다. 점 A에 대응하는 수를 a, 점 B에 대응하는 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.



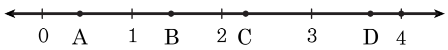
[배점 5, 중상]

① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$ ② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$
③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$ ④ $5-\sqrt{5}$
⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3}-2 = \sqrt{48}-2 \fallingdotseq 4.\times\times\times : \text{C}$
$2\sqrt{5}-5 = \sqrt{20}-5 \fallingdotseq -0.\times\times\times : \text{A}$
$10-3\sqrt{5} = 10-\sqrt{45} \fallingdotseq 3.\times\times\times : \text{B}$
$\sqrt{27} \fallingdotseq 5.\times\times\times : \text{D}$
$a = 2\sqrt{5}-5, b = 10-3\sqrt{5}$
$\therefore a+b = \left(2\sqrt{5}-5\right) + \left(10-3\sqrt{5}\right) = 5-\sqrt{5}$

14. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a, b, c, d라고 할 때, $a+b$와 $c+d$의 값을 각각 바르게 구한 것은?



[배점 5, 중상]

① $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

③ $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

④ $2\sqrt{2}-1$, 6

⑤ 6, $2\sqrt{2}-1$

해설

$1<\sqrt{2}<2 : \mathrm{B}=\sqrt{2}$

$0<\sqrt{2}-1<1 : \mathrm{A}=\sqrt{2}-1$

$\mathrm{A}+\mathrm{B}=\left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$

$3<\sqrt{3}+2<4 : \mathrm{D}=\sqrt{3}+2$

$2<4-\sqrt{3}<3 : \mathrm{C}=4-\sqrt{3}$

$\mathrm{C}+\mathrm{D}=(4-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+2)=6$

15. 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)^2}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\sqrt{13}>\sqrt{7}$, $\sqrt{11}<\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로

$\sqrt{\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)^2}$

$=\left(\sqrt{13}-\sqrt{7}\right)-\left(\sqrt{11}-2\sqrt{3}\right)$

$-\left(2\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)+\left(\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)$

$=0$

16. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225}-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(-3)^2\times 2^4}-\sqrt{5^2}-\left(-\sqrt{3}\right)^2$$

[배점 5, 중상]

① -11 ② 7 ③ 10

④ 13 ⑤ 19

해설

$\sqrt{225}-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(-3)^2\times 2^4}-\sqrt{5^2}-\left(-\sqrt{3}\right)^2$

$=15-6+\sqrt{(3\times 2^2)^2}-5-3$

$=9+12-8=13$

17. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 282 ② 285 ③ 288

④ 291 ⑤ 294

해설

$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2$, $b = -\sqrt{(-6)^2} = -6$, $c = \sqrt{(-2)^2} = 2$

$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2} = 288 + 3 = 291$

18. $\sqrt{18}+3$과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a, $2\sqrt{7}$과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

① $\sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2) = \sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2 > 0$

$\therefore \sqrt{18}+3 > \sqrt{15}-2$

② $2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1 = \sqrt{28}-\sqrt{18}+1 > 0$

$\therefore 2\sqrt{7} > 3\sqrt{2}-1$

$\therefore a = \sqrt{18}+3 = 3\sqrt{2}+3, b = 3\sqrt{2}-1$

$b-a = 3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3) = -4$ 이다.

19. 두 실수 a,b 가 $a = \sqrt{8}-3$, $b = -\sqrt{7}+\sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $a-b > 0$ ② $b-a < 0$

③ $b+\sqrt{7} > 3$ ④ $ab > 0$

⑤ $a+1 > 0$

해설

① $a-b = \sqrt{8}-3-\left(-\sqrt{7}+\sqrt{8}\right) = \sqrt{7}-3 = \sqrt{7}-\sqrt{9} < 0$

$\therefore a-b < 0$

② $b-a = -\sqrt{7}+\sqrt{8}-\left(\sqrt{8}-3\right) = -\sqrt{7}+3 = \sqrt{9}-\sqrt{7} > 0$

$\therefore b-a > 0$

③ (좌변)$= b+\sqrt{7} = -\sqrt{7}+\sqrt{8}+\sqrt{7} = \sqrt{8}$

(우변)$= 3 = \sqrt{9}$

$\therefore b+\sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8}-3 = \sqrt{8}-\sqrt{9} < 0$

$b = \sqrt{8}-\sqrt{7} > 0$

$\therefore ab < 0$

⑤ $a+1 = \left(\sqrt{8}-3\right)+1 = \sqrt{8}-2 = \sqrt{8}-\sqrt{4} > 0$

$\therefore a+1 > 0$

20. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b-a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.
그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.
따라서 b 가 될 수 있는 것은 $1, 2$ 이므로 이를 합하면 3 이다.