# 단원 종합 평가

**1.** 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$ , $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 $X$ 의 개수는? [배점 3, 중하 ]

① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개

④ 8 개 ⑤ 16 개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합$X$ 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 $X$ 의 개수는 $U$ 에서 원소 2, 5 를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$(개) 이다.

**2.** 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

| 과목 | 중간 | 기말 |
|---|---|---|
| 국어 | 80 | 85 |
| 수학 | 90 | 80 |
| 영어 | 85 | 100 |
| 과학 | 70 | 55 |
| 사회 | 95 | 80 |
| 미술 | 100 | 95 |
| 음악 | 95 | 100 |
| 체육 | 75 | 65 |
| 도덕 | 100 | 85 |
| 한문 | 55 | 70 |

[배점 3, 중하 ]

① 지난 중간고사 점수가 80 점 이상인 과목

② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목

③ 기말고사 때 잘 본 과목

④ 기말고사 때 가장 못 본 과목

⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

③ '잘' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

④ '못 본' 이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, '가장' 이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.

⑤ '좋은' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

**3.** 다음 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

> 두 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, \cdots, 49\}$ , $Y = \{x | x$는□미만의 홀수$\}$ 이면 $X = Y$ 이다.

[배점 3, 중하 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

집합 $X$ 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51이다.

**4.** 집합 $A = \{a, b, c\}$ 의 부분집합 중 원소 $a$ 또는 $b$ 를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 3, 중하 ]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

원소 $a$ 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-1} = 4$ ( 개)
원소 $b$ 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-1} = 4$ ( 개)
원소 $a, b$ 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-2} = 2$ ( 개)
원소 $a$ 또는 $b$ 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$4 + 4 - 2 = 6$ ( 개)

**5.** 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하 ]

① $n(\varnothing) = 1$

② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$

④ $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$ 이면 $n(A) = 4$

⑤ $A = \{x \mid x$는 1보다 작은 자연수$\}$ 이면 $n(A) = \varnothing$

해설

① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\varnothing) = 0$ 이다.
② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
⑤ 집합$A$ 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

**6.** 집합 $X = \{a, b\}$ 에서 $a, b$ 의 최대공약수는 4 , 두 수의 곱이 96 일 때, 집합 $X$ 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

$a, b$ 의 최대공약수가 4 이므로
$a = 4x$ , $b = 4y$ ($x$ , $y$ 는 서로소, $x < y$ )라 하면
$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$
즉, ($x$ , $y$ )는 $(1, 6), (2, 3)$ 이므로 $(a, b)$ 는
$(4, 24), (8, 12)$ 이다.
따라서 $X = \{4, 24\}$ 또는 $X = \{8, 12\}$ 이므로 집합 $X$ 는 2 개이다.

**7.** 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는? [배점 3, 중하 ]

① 3개 ② 4개 ③ 5개

④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$ ,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

**8.** 전체집합 $U$ 의 두 부분집합 $A$, $B$ 에 대하여 $A^c \subset B^C$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중 ]

① $A - B = \varnothing$ ② $A \cup B = A$

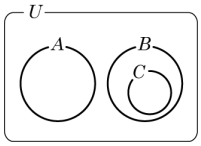
③ $A \cap B^C = \varnothing$ ④ $(A \cup B) - B = A$

⑤ $B^C \cup A = B$

해설

$A^C \subset B^C$ 이므로 $B \subset A$ 이다.
① $B - A = \varnothing$
③ $A \cap B^C \neq \varnothing$
④ $(A \cup B) - B = A - B$
⑤ $B^C \cup A = U$

**9.** 전체집합 $U$ 의 세 부분집합 $A, B, C$ 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?




[배점 4, 중중 ]

① $A \cap B = \varnothing$ ② $B^c \subset C^c$

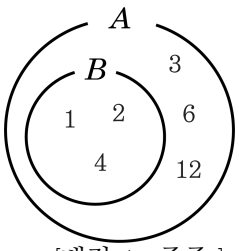
③ $(A \cup B) \subset C$ ④ $B \subset A^c$

⑤ $A - B = A$

해설

③ $C \subset (A \cup B)$

**10.** 다음 벤다이어그램을 보고, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (답2개)




[배점 4, 중중 ]

① $A = \{3,\ 6,\ 12\}$ ② $B = \{1,\ 2,\ 4\}$

③ $A \subset B$ ④ $A \cap B = A$

⑤ $A \cup B = A$

해설

① 집합 $A$는 집합 $B$부분을 포함하므로 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ 이다.
③ 집합 $A$는 집합 $B$부분을 포함하므로 $B \subset A$ 이다.
④ $A \cap B = B$ 이다.

**11.** 300 을 가능한 한 작은 자연수 $a$ 로 나누어 어떤 자연수 $b$ 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $a$ 는 3, $3 \times 2^2$, $3 \times 5^2$, $3 \times 2^2 \times 5^2$ 이 될 수 있고 가장 작은 $a$ 는 3 이다.

나눈 후에는 $300 \div 3 = 100 = 10^2$ 이 된다.

$\therefore\ a = 3,\ b = 10$

$\therefore\ a + b = 13$

**12.** 귤 60 개, 배 45 개, 감 30 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라. [배점 4, 중중 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30 의 최대공약수이므로 15 (명) 이다.

**13.** 이진법으로 나타낸 수 $1a11_{(2)}$ 과 $11b00_{(2)}$ 이 3 의 배수가 되기 위한 $a$, $b$ 의 값을 각각 구하여라. [배점 4, 중중 ]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 0$

해설

$1a11_{(2)} = 1\times2^3+a\times2^2+1\times2+1\times1 = 11+4\times a$

$a$ 의 값이 될 수 있는 수는 0 또는 1 이므로 3 의 배수가 되려면 $a = 1$ 이어야 한다.

$11b00_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + b \times 2^2 = 24 + 4 \times b$

$b$ 의 값이 될 수 있는 수는 0 또는 1 이므로 3 의 배수가 되려면 $b = 0$ 이어야 한다.

**14.** $3^a \times 5^b$ 이 45 를 약수로 가질 때, 두 자연수 $a$, $b$ 의 최솟값의 합을 구하여라. [배점 4, 중중 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $45 = 3^2 \times 5$ 을 약수로 가지므로, $a$ 는 2 이상의 자연수, $b$ 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 1$ 일 때이므로 $a+b = 3$ 이다.

**15.** 전체집합 $U = \{x \mid |x| \le 2$인 정수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid |x| \le 1$인 정수$\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 3$인 정수$\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{-2\}$

해설

$U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
$A = \{-1, 0, 1\},\ B = \{1, 2\}$
$A^c = \{-2, 2\},\ B^c = \{-2, -1, 0\}$
$A^c \cap B^c = \{-2\}$

**16.** 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A = B$ 이면 $A \subset B,\ B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}) - n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1,\ 2\},\ B = \{3,\ 4\}$ 이면
$n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$
③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만
$n(A) < n(B)$가 아닌 $n(A) = n(B)$
⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}) = 4$
$n(\{1,\ 2,\ 3\}) = 3$
$4 - 3 = 1$

**17.** 주영이는 6일에 한 번씩 수영장에 가고 선화는 4 일에 한 번씩 수영장에 간다고 한다. 두 사람이 올해 1월 12일에 수영장에서 처음 만났다면 올 해 몇 번 더 만날 수 있는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 29번

해설

6과 4의 최소공배수가 12 이므로 12일마다 수영장에서 만나게 된다.
$365 \div 12 = 30 \cdots 5$
1년에 30번 만나게 되므로 앞으로 29 번 더 만날 수 있다.

**18.** 자연수 $a$ 의 약수의 개수를 $n(a)$ 로 나타낼 때, $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$ 을 만족시키는 자연수 $x$ 중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5,\ 162 = 2 \times 3^4$ 에서
$n(240) = (4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$
$n(162) = (1+1) \times (4+1) = 10$
$n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$
$20 \div 10 \times n(x) = 20$
$\therefore\ n(x) = 10$
$10 = 5 \times 2 = (4+1)(1+1)$ 이므로
가장 작은 $x = 2^4 \times 3 = 48$
$\therefore$ 48

**19.** 두 자연수 $21\times x$ 와 $15\times x$ 의 공약수가 4 개일 때 $x$ 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상 ]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$21\times x=3\times 7\times x$ , $15\times x=3\times 5\times x$
두 수의 최대공약수는 $3\times x$ ,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a\times b$ (단, $a$, $b$ 는 소수, $a\neq b$ ) 또는 $a^3$ 꼴이어야 한다.
따라서 $x$ 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

**20.** 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수의 합을 구하면? [배점 5, 중상 ]

① 9 ② 12 ③ 12 ④ 18 ⑤ 22

해설

36 과 48 의 최대공약수는 12
12 의 약수 중 나머지 3 보다 큰 수들의 합을 구하면 $4+6+12=22$ 이다.

**21.** 서로 다른 두 자연수 $a,b$ 의 모든 약수의 집합을 각각 $A,B$ 라고 할 때, 다음 중 $a,b$ 가 서로소인 것은? [배점 5, 중상 ]

① $A\cap B=\varnothing$ ② $A\cap B=\{1\}$
③ $A\cap B=\{a,b\}$ ④ $A\cap B=\{0\}$
⑤ $A\cap B=\{\varnothing\}$

해설

$A\cap B$ 는 $a,b$ 의 공약수의 집합이고, 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같다.
한편, $a,b$ 가 서로소일 때, 두 수의 최대공약수는 1 이다.
$\therefore A\cap B=\{1\}$

**22.** 1 부터 100 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A\times(2\times 5)^n$ 이 될 때, $n$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상 ]

▶ 답 :
▷ 정답 : 24

해설

$1\times 2\times 3\times 4\times\cdots\times 100$ 에서 2 의 배수의 개수 : 50 개
$2^2$ 의 배수의 개수 : 25 개
$2^3$ 의 배수의 개수 : 12 개
$2^4$ 의 배수의 개수 : 6 개
$2^5$ 의 배수의 개수 : 3 개
$2^6$ 의 배수의 개수 : 1 개이고,
5 의 배수의 개수 : 20 개
$5^2$ 의 배수의 개수 : 4 개이므로
$\therefore 1\times 2\times 3\times 4\times\cdots\times 100=2^{97}\times 5^{24}\times\cdots$
$=A\times(2\times 5)^{24}$
$\therefore\ n=24$

**23.** 집합 $A_n = \{x|x$는 $n$의 약수, $n$은 자연수$\}$ 일 때, $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 $n$ 의 값을 모두 찾아라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

▷ 정답: 6

해설

$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$

위의 식을 보면,

$A_n \subset A_6$ 이므로,

6 의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은

$1, 2, 3, 6$

**24.** 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \cdots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_N$ 이라 정의한다.

집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + (A_3) + \cdots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_{16}$ 이라 두면,

집합 $A$ 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번) 씩 나온다.

따라서 $f(A_1) + f(A_2) + (A_3) + \cdots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

**25.** 전체집합 $U = \{x|x$는 25 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A$, $B$ 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$n(U) = 25$ 이므로

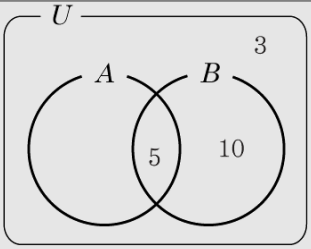
$n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$

$A^c \cap B = B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$

$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.




**26.** $310_{(n)} - 125_{(n)} = 141_{(n)}$ 일 때, $n$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$310_{(n)} - 125_{(n)} = 141_{(n)}$ 에서 일의 자리는 0 에서 5 를 뺐는데 1 이므로,

$n = 6$ 이다.

$310_{(6)} - 125_{(6)} = 141_{(6)}$

**27.** 온도가 15 °C 인 방에 온풍기와 전구 2 개를 동시에 콘센트에 연결했다. 전구 A 는 3 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복하고, 전구 B 는 5 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복한다. 그런데 전구 2 개가 동시에 켜져 있을 때는 방의 전력이 모자라서 온풍기가 꺼진다고 한다. 온풍기가 켜져 있을 때, 방의 온도는 1 분에 0.1 °C 씩 올라가고 온풍기가 꺼져 있을 때, 방의 온도는 0.1 °C 씩 떨어진다면, 온풍기와 전구 2 개를 연결한 지 2 시간 후의 방의 온도를 구하여라. [배점 5, 상하 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19 °C

해설

전구 A 는 6 분 주기를 갖고 전구 B 는 8 분의 주기를 가지므로, 전구 A 와 B 는 24 분의 주기로 다시 동시에 켜진다. 이 24 분 동안 A , B 가 동시에 켜지는 시간을 구해 보면,

전구 A 가 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 6 ~ 9 분, 12 ~ 15 분, 18 ~ 21 분

전구 B 가 켜지는 시간 : 0 ~ 5 분, 8 ~ 13 분, 16 ~ 21 분

→ 전구 A ,B 가 동시에 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 8 ~ 9 분, 12 ~ 13 분, 18 ~ 21 분

→ 24 분 중 A ,B 가 동시에 켜지는 시간은 총 8 분이고, 이것은 24 분 동안 온풍기가 8 분간 꺼지고 16 분간 켜지 있다는 것을 말하므로, 매 24 분마다 온도는 0.8 °C 씩 올라간다.

∴ 2 시간 후의 방의 온도= $15+(\frac{120}{24})\times 0.8=19$ (°C)

**28.** 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 $n$ 중 가장 작은 수를 구하여라.

(1) $n$ 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다.

(2) $n$ 과 168 의 최대공약수는 24 이다.

(3) $n$ 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

[배점 5, 상하 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

(1) $n$ 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다. → $n$ 은 5 의 인수를 가진다.

(2) $n$ 과 168 의 최대공약수는 24 이다.

$168=2^3\times 3\times 7$ , $24=2^3\times 3$ → $n$ 은 $2^3\times 3$을 인수로 가지고 7 은 인수로 가지지 않는다.

(3) $n$ 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

$15=3\times 5$ → $n$ 은 인수 3, 5 의 지수가 홀수이고 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.

∴ $n$ 중 가장 작은 수=$2^4\times 3\times 5=240$

**29.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

[배점 5, 상하 ]

① $2\times 2\times 4\times 4\times 7=2^2\times 4^2\times 7$

② $\frac{1}{3\times 3\times 3\times 3}=\frac{4}{3^3}$

③ $\frac{1}{2\times 2\times 5\times 5}=\frac{1}{2^2\times 5^2}$

④ $\frac{1}{3^2\times 3^4}=\frac{1}{3^8}$

⑤ $a\times a\times a\times b\times b=a^3\times b^2$

해설

② $\frac{1}{3\times 3\times 3\times 3}=\frac{1}{3^4}$ , ④ $\frac{1}{3^2\times 3^4}=\frac{1}{3^6}$

**30.** 집합 $A_n = \{x | n \le x < 6n+5,\ n$은 자연수$\}$ 에 대하여 $S(n) = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$ 이라고 정의한다. $n(S(n)) \ge 1$ 을 만족하는 $n$ 의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상중 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A_1 = \{x | 1 \le x < 11\}$ ,
$A_2 = \{x | 2 \le x < 17\}$ ,
$A_3 = \{x | 3 \le x < 23\}$ ,
⋮
$A_{10} = \{x | 10 \le x < 65\}$ ,
$A_{11} = \{x | 11 \le x < 71\}$ ,
따라서 $n \ge 11$ 이 되면 $n(S(n)) = 0$ 이 되므로 $n$ 의 최댓값은 10

**31.** 자연수 $x, y, z$ 가 $x : y : z = 3 : 8 : 10$ 을 만족하고, $x, y, z$ 의 최대공약수와 최소공배수의 합이 1452 일 때, $x, y, z$ 를 각각 구하여라. [배점 6, 상중 ]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 36$

▷ 정답 : $y = 96$

▷ 정답 : $z = 120$

해설

$x = 3a$ , $y = 8a$ , $z = 10a$ 라 두면,
$x, y, z$ 의 최대공약수$= a$ , 최소공배수$= 120 \times a$ 이다.
$121 \times a = 1452 \rightarrow a = 12$
$\therefore x = 36$ , $y = 96$ , $z = 120$

**32.** 다음 중 가장 큰 수는? [배점 6, 상중 ]

① $3^3$ ② $2^5 - 3$

③ $100001_{(2)} - 1$ ④ $1110_{(2)}$

⑤ $4^2$

해설

①, 27
②, 29
③, 32
④, 14
⑤, 16

**33.** $1231^n + 1232^n + 1233^n + 1234^n$ 의 값이 10 의 배수일 때, 두 자리 자연수 $n$ 의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상중 ]

▶ 답 :

▷ 정답 : 97

해설

10 의 배수가 되려면 1 의 자리수가 0 이 되어야 한다.
따라서, $1^n + 2^n + 3^n + 4^n = 10k$ ,
$n$ 을 1 부터 대입하면,
$1^n \rightarrow 1, 1, 1, 1, 1, \cdots$,
$2^n \rightarrow 2, 4, 8, 6, 2, \cdots$,
$3^n \rightarrow 3, 9, 7, 1, 3, \cdots$,
$4^n \rightarrow 4, 6, 4, 6, \cdots$,
$1^n$ 은 항상 1 이고, $2^n$ , $3^n$ 이 4 번, $4^n$ 이 2 번마다 같은 일의 자리 수를 가진다.
이 때, $n = 1$ 일 때 $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ 은 10 의 배수이므로
$\therefore$ 두 자리 자연수 $n$ 의 최댓값$= 1 + 96 = 97$