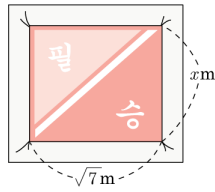


문제 풀이 과제

1. 가로가 $\sqrt{7}\text{m}$ 인 천으로 넓이가 $\sqrt{28}\text{m}^2$ 인 직사각형 모양의 응원가를 만들려고 한다. 이 때, 필요한 천의 길이는?



[배점 2, 하하]

- ① 1m ② 2m ③ 3m ④ 4m ⑤ 5m

해설

직사각형의 넓이이므로 (가로)×(세로)이다.
따라서 $\sqrt{7}x = \sqrt{28}$, $x = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \sqrt{4} = 2(\text{m})$ 이다.

2. $\sqrt{a^2} = 4$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하하]

- ① 2 ② -2 ③ ± 2 ④ 4 ⑤ ± 4

해설

양변을 제곱하면, $a^2 = 16$
 $\therefore a = \pm 4$

3. 다음 중 계산이 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $\sqrt{50} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{5} + 8\sqrt{2}$

② $\frac{2\sqrt{6}}{3} - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $= \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

③ $3\sqrt{12} - 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

④ $\sqrt{32} - \frac{6}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{12} + \sqrt{18} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$

해설

④ $\sqrt{32} - \frac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - \frac{6\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

① $\sqrt{50} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

② $\frac{2\sqrt{6}}{3} - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

③ $3\sqrt{12} - 4\sqrt{3} = 3 \times 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{12} + \sqrt{18} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $-\sqrt{16} \div 2 = -\sqrt{4}$ ② $\frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3}$
 ③ $-\frac{\sqrt{128}}{4} = -4\sqrt{2}$ ④ $\frac{\sqrt{45}}{3} = \sqrt{5}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{15}} = 3$

해설

- ① $-\sqrt{16} \div 2 = -\sqrt{\frac{16}{2^2}} = -\sqrt{4}$
 ② $\frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{\frac{12}{2^2}} = \sqrt{3}$
 ③ $-\frac{\sqrt{128}}{4} = -\sqrt{\frac{128}{4^2}} = -\sqrt{8}$
 ④ $\frac{\sqrt{45}}{3} = \sqrt{\frac{45}{9}} = \sqrt{5}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{13}} = \sqrt{3 \times 3} = 3$

5. 다음 중 부등호가 다른 하나는? [배점 3, 중하]

- ① $6\sqrt{3} \square 2\sqrt{3}$ ② $2 + \sqrt{3} \square \sqrt{5} + 1$
 ③ $\sqrt{2} - 1 \square 1 - \sqrt{2}$ ④ $\sqrt{5} - 2 \square 0$
 ⑤ $-4 \square -\sqrt{16}$

해설

- ①, ②, ③, ④ : >
 ⑤ : =

6. 다음에 주어진 수를 크기가 큰 것부터 차례로 나열할 때, 두 번째에 해당하는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ② $\sqrt{3} + 1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

- i) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1 > 0$
 $\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1$
 ii) $\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2} > 0 \quad \therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$
 iii) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{5} < 0$
 $\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$
 iv) $\sqrt{2} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$
 $\therefore \sqrt{2} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$
 따라서 주어진 수의 순서는
 $\sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{5} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$

7. $a^2 = 15$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $-\sqrt{15}$ ② $\sqrt{15}$ ③ $\pm 3\sqrt{5}$
 ④ $\pm\sqrt{15}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

a 는 15 의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{15}$ 이다.

8. $\left(\sqrt{3\frac{1}{9}} + \sqrt{0.\bar{7}}\right) \times 3\sqrt{3}$ 을 간단히 하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{21}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \left(\sqrt{\frac{28}{9}} + \sqrt{\frac{7}{9}}\right) \times 3\sqrt{3} \\ &= \left(\frac{2\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{7}}{3}\right) \times 3\sqrt{3} \\ &= \sqrt{7} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{21} \end{aligned}$$

9. 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수)라고 할 때, $f(70) - f(28)$ 의 값을 구하여라. (단, x 는 자연수이다.)

[배점 5, 중상]

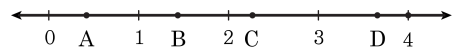
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{70}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 8 이고 $\sqrt{28}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 5 이므로 $8 - 5 = 3$ 이다.

10. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - 1$, $4 - \sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a + b$ 와 $c + d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?



[배점 5, 중상]

① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$

② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$

③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$

④ $2\sqrt{2} - 1$, 6

⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2 : B = \sqrt{2}$

$0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A = \sqrt{2} - 1$

$A + B = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1$

$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D = \sqrt{3} + 2$

$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C = 4 - \sqrt{3}$

$C + D = (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6$

11. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

[배점 5, 상하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$

$xy = 30$

$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6),$

$(6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$

12. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{(1-x)^2} + \sqrt{(1+x)^2} - |-1-x|$ 를 간단히 하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $1-x$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(1-x)^2} + \sqrt{(1+x)^2} - |-1-x| \\ &= (1-x) + (1+x) - \{-(-1-x)\} \\ &= 1-x+1+x-1-x = 1-x \end{aligned}$$

13. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned} & a - b = 2, a = 2 + b \text{ 이므로 } ab = 8 \text{ 에 대입하면} \\ & ab = (2+b)b = 8 \\ & \therefore b^2 + 2b - 8 = 0 \\ & \therefore b = 2 \\ & \therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4 \\ & \sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

14. $\sqrt{\frac{2x}{k}}$ 의 정수 부분을 a 라고 할 때, $a = 5$ 를 만족하는 x 의 개수가 11 개이다. 자연수 k 의 값을 구하여라. (단, $\frac{2x}{k}$ 는 자연수이다.) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} & 5 \leq a < 6 \text{ 이므로 } 5 \leq \sqrt{\frac{2x}{k}} < 6 \\ & 25 \leq \frac{2x}{k} < 36 \\ & \frac{25}{2}k \leq x < \frac{36}{2}k \\ & \text{이를 만족하는 } x \text{ 의 개수가 11 개이므로,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{36}{2}k - \frac{25}{2}k = 11 \\ & (36 - 25)k = 22 \end{aligned}$$

$$\therefore k = 2$$

15. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}, 2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 를 만족하는 정수 x, y 에 대해 $y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$\begin{aligned} & y - x \text{ 의 값의 최댓값은 } y \text{ 가 최대일 때, } x \text{ 가 최소일 때이다.} \\ & -4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26} \text{ 이 성립하는 정수 } x \text{ 의 최솟값은 } -6 \\ & 2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5 \text{ 을 정리하면 } 8 < \frac{y}{2} \leq 25, \text{ 즉 } 16 < y \leq 50 \text{ 이므로 정수 } y \text{ 의 최댓값은 } 50 \\ & \text{따라서 } y - x \text{ 의 최댓값은 } 50 - (-6) = 56 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5}$ 를 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x 의 최댓값을 구하여라.

(단, $1 \leq y \leq 100$)

[배점 6, 상상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 245

해설

$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 3\sqrt{5}$ 에서 $\sqrt{x} = 3\sqrt{5} + \sqrt{y}$
 $\sqrt{x}$ 와 $\sqrt{y}$ 를 계산할 수 있어야 하므로
 $\sqrt{y} = a\sqrt{5}$ 꼴이 되어야 한다. (단, a 는 자연수이다.)

$1 \leq y \leq 100$ 이고 $\sqrt{y} = a\sqrt{5}$ 이므로 $y = 5a^2$

$1 \leq y \leq 100$ 이고 5의 배수이다.

$a = 1$ 일 때, $y = 5 \times 1^2 = 5 \therefore y = 5, x = 80$

$a = 2$ 일 때, $y = 5 \times 2^2 = 20 \therefore y = 20, x = 125$

$a = 3$ 일 때, $y = 5 \times 3^2 = 45 \therefore y = 45, x = 180$

$a = 4$ 일 때, $y = 5 \times 4^2 = 80 \therefore y = 80, x = 245$

따라서 순서쌍 (x, y) 에서 x 의 최댓값은 245이다.