

실력 확인 문제

1. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 6\} \subset \{1, 2, 4, 6\}$
- ② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$
- ③ $\{\emptyset\} \subset \{1\}$
- ④ $\{2, 4, 6, 8, 10\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ⑤ $\{1, 5\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{\emptyset\} \not\subset \{1\}$

2. 다음 중 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합인 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $\{0, 2\}$ ② $\{1, 4\}$ ③ $\{1, 2, 6\}$
- ④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$
따라서 $\{1, 2, 6\} \subset A$ 이다.

3. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 진부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 31 개

해설

진부분집합은 부분집합 중에 자기 자신만을 제외한 것이므로, 진부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수보다 1 개가 적다. 따라서 집합 A 의 진부분집합의 개수는 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

4. 다음 중 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$

해설

④ $\{1, 3, 5, 7\}$

5. $U = \{2, 4, 5, 8, 9, 10\}$ 에 대하여 $A = \{4, 5, 8\}$, $B = \{2, 4, 8, 9\}$ 일 때, $A^c - B^c$ 은? [배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{2, 4\}$ ③ $\{2, 9\}$
 ④ $\{2, 4, 8\}$ ⑤ $\{2, 4, 9\}$

해설

$A^c - B^c = B - A = \{2, 4, 8, 9\} - \{4, 5, 8\} = \{2, 9\}$ 이다.

6. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 에 대하여

$n(A \cap B) = \square$, $n(A \cup B) = \square$ 이다.

$\square$ 안에 들어갈 수를 차례대로 쓴 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 2, 4 ② 3, 9 ③ 3, 6
 ④ 4, 6 ⑤ 4, 9

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로
 $A \cap B = \{2, 4, 8\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 이다.
 따라서 $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 5 - 3 = 6$ 이다.

7. 두 집합 A, B 가 아래의 표를 만족하도록 ㉠에 적절한 그림을 고르면?

A	B	$A \cup B$

[배점 3, 중하]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

해설

$A \cup B = A \cup B$

A	$\cup$	B	=	$A \cup B$

8. 환석이네 반 학생 36 명 중 강아지를 좋아하는 학생은 22 명, 고양이를 좋아하는 학생은 17 명, 강아지와 고양이를 모두 싫어하는 학생은 9 명이다. 이 때, 고양이를 싫어하는 학생은? [배점 3, 중하]

- ① 15 명 ② 16 명 ③ 17 명
④ 18 명 ⑤ 19 명

해설

전체집합을 U , 강아지를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 고양이를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 36, n(A) = 22, n(B) = 17$$

$$n((A \cup B)^C) = 9$$

따라서 고양이를 싫어하는 학생들의 집합은 B^C 이므로

$$n(B^C) = n(U) - n(B) = 36 - 17 = 19(\text{명})$$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 27$, $n(A \cup B) = 48$, $n(A) = 35$ 일 때, $n(A \cap B) + n(B)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 8 ② 21 ③ 27 ④ 29 ⑤ 35

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$27 = 35 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 8$$

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B)$$

$$27 = 48 - n(B)$$

$$\therefore n(B) = 21$$

$$n(A \cap B) + n(B) = 8 + 21 = 29$$

10. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한 집합이다.

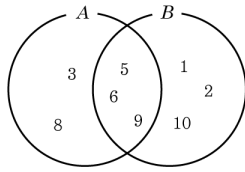
② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합이다.

④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

11. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cap B$ 의 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에 속하는 원소들이다.
그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cap B = \{5, 6, 9\}$ 이다.
 $A \cap B$ 의 원소의 합은 $5 + 6 + 9 = 20$ 이다.

12. $\{3\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

집합 X 는 3을 반드시 원소로 가지는 $\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^3 = 8$ (개)

13. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면? [배점 4, 중중]

① 10개 ② 8개 ③ 6개

④ 4개 ⑤ 2개

해설

$A \cup X = A$ 에서 $X \subset A$,
 $(A \cap B) \cup X = X$ 에서 $(A \cap B) \subset X$ 이므로
 $(A \cap B) \subset X \subset A$
집합 X 는 3, 4를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B^C \subset A^C$ 일 때, 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \cup B = B$
㉡ $B - A = \emptyset$
㉢ $A \cap B^C = \emptyset$
㉣ $B^C \cup A = U$
㉤ $(A \cup B) - B = \emptyset$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

$B^C \subset A^C$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
따라서 ㉡ $B - A \neq \emptyset$, ㉣ $B^C \cup A \neq U$ 이다.

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?
 [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 3, 10\}$
 ② $\{1, 2, 3, 6\}$
 ③ $\{2, 3, 4, 5\}$
 ④ $\{1, 2\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 10, 20\}$

해설

$A \cap B$ 는 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 말한다.

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
 이므로 두 집합의 공통부분은 $\{1, 2\}$ 가 된다.

16. 두 집합 A, B 에 대하여 집합 B 가 집합 A 에 포함되고,
 $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 의
 값을 구하면?
 [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 10 ④ 22 ⑤ 32

해설

$B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$, $A \cap B = B$

$\therefore n(A) - n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29 - 7 = 22$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 30$, $n(B) = 15$, $n(B \cap A^c) = 7$, $n(A) = 13$ 일 때,
 $n(A \cap B^c)$ 을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$n(B) = 15$, $n(B - A) = 7$ 이므로 $n(A \cap B) = 8$ 이다.

$n(A \cap B^c) = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 13 - 8 = 5$ 이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여
 $8 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 모든 자연수 n 의
 합을 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

4의 배수 4, 8, 12, ...에서 8은 포함하지 않고
 12는 포함하므로 $n = 8, 9, 10, 11$ 이다. 따라서
 모든 n 의 값의 합은 38이다.

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$,
 $B = \{5, 9, 14\}$ 이고 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를
 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답
 2 개) [배점 5, 중상]

- ① $X \subset A$ ② $X \subset (A \cap B)$
 ③ $\{5, 9\} \subset X$ ④ $(A \cap B) \subset X \subset A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset X \subset B$

해설

$A \cap X = X$ 일 때 $X \subset A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$
 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.
 ② $(A \cap B) \subset X$ 이므로 옳지 않다.
 ③ $A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $\{5, 9\} \subset X$ 이다.
 ⑤ $(A \cap B) \subset X \subset A$ 이지만 $X \subset B$ 라고 할 수
 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이라고 할 수
 없다.

20. 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $n(\{0\}) = 0$ ㉡ $\phi \subset \{\emptyset\}$
 ㉢ $4 \subset \{1, 2\}$ ㉣ $0 \subset \{0\}$
 ㉤ $0 \in \emptyset$ ㉥ $0 \notin \emptyset$
 ㉦ $A \subset (A \cup B)$ ㉧ $n(\emptyset) = 1$
 ㉨ $A \in (A \cap B)$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉥, ㉦ ② ㉡, ㉤, ㉧ ③ ㉠, ㉡, ㉥
 ④ ㉢, ㉤, ㉦ ⑤ ㉤, ㉧, ㉨

해설

- ㉠ $n(\{0\}) = 1$
 ㉢ $4 \notin \{1, 2\}$
 ㉣ $0 \in \{0\}$
 ㉥ $0 \notin \emptyset$
 ㉧ $n(\emptyset) = 0$
 ㉨ $A \subset (A \cup B)$

21. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 집합 B 의 부분집합의 개수보다 16 개 더 많을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

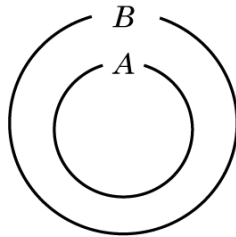
▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

부분집합의 개수는 (2의 거듭제곱) 개이므로
2, 4, 8, 16, 32, 64, ... 이다.
이 중에서 차가 16인 두 수는 16과 32이다.
 $\therefore 2^{n(A)} = 32 = 2^5, 2^{n(B)} = 16 = 2^4$
($\because n(A) > n(B)$)
 $\therefore n(A) = 5, n(B) = 4$
 $\therefore 5 + 4 = 9$

22. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 의 관계가 다음의 벤 다이어그램과 같을 때, a 의 값으로 들어 갈 수 없는 것은?



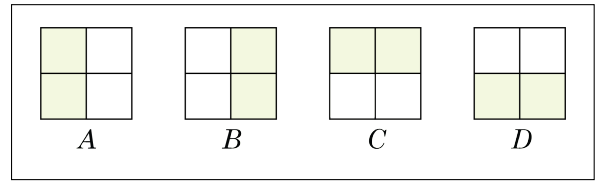
[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

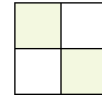
해설

$A \subset B$ 이므로 a 는 18의 약수
 $\therefore a = 1, 2, 3, 6, 9, 18$

23. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $(A \cup B) - (A \cap B)$
② $(D \cup C) - (B \cap C)$
③ $(A \cup D) - (A \cap D)$
④ $(A - C) \cup (C - B)$
⑤ $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$(A \cup D) - (A \cap D)$

24. 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
 ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
 ④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
 ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
 ③ $A \cup \emptyset = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

25. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 41 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 4, n(B^c) = 7, n(A^c \cap B^c) = 4$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

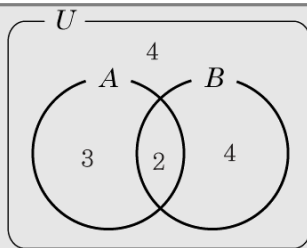
해설

$n(U) = 13$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 6$
 $A^c \cap B = B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 4$

$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 4$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 13 - (6 + 4) = 3$ 이다.



26. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $[A \cup (A^c \cap B)] \cap [B \cup (B^c \cap A^c)^c] = U, A \cap B^c = A$ 일 때, $n(A \cup B)$ 와 같은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $n(A^c \cap B^c)$
 ② $n(U) - n(A^c)$
 ③ $n(A) + n(A \cap B)$
 ④ $n(A \cup B) - n(A)$
 ⑤ $n(A \cap B^c) + n(A^c \cap B)$

해설

$A \cap B^c = A$ 이면 A 와 B 는 서로소인 집합이다.

$[A \cup (A^c \cap B)] \cap [B \cup (B^c \cap A^c)^c] = U$

$\rightarrow [A \cup B] \cap [B \cup (A \cup B)] = U \rightarrow A \cup B = U$

$\rightarrow n(U) = n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

① $n(A^c \cap B^c) = n(U) - n(A \cup B) = 0$

② $n(U) - n(A^c) = n(U) - n(B)$

③ $n(A) + n(A \cap B) = n(A)$

④ $n(A \cup B) - n(A) = n(B)$

⑤ $n(A \cap B^c) + n(A^c \cap B) = n(A - B) + n(B - A) = n(A) + n(B) = n(A \cup B)$

27. $A_N = \{x|x \text{는 } n \text{의 약수, } n \text{은 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, $n((A_M \cup A_N) - (A_M - A_N)) = 3$ 을 만족하는 N 의 값을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

▷ 정답 : 4
▷ 정답 : 9
▷ 정답 : 25
▷ 정답 : 49

해설

$$\begin{aligned} & (A_M \cup A_N) - (A_M - A_N) \\ &= (A_M \cup A_N) \cap (A_M \cap A_N^c)^c \\ &= (A_M \cup A_N) \cap (A_M^c \cup A_N) \\ &= A_N \cup (A_M \cap A_M^c) \\ &= A_N \\ \therefore n(A_N) &= 3 \\ A_N &= \left\{x \mid \frac{n}{x} = k, k \text{는 자연수}\right\} \text{ 일 때,} \\ n(A_N) &= 3 \text{ 을 만족하는 } N \text{ 은 } 4, 9, 25, 49 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

28. 집합 $A_n = \{x|x \text{는 } n \text{의 약수, } n \text{은 자연수}\}$ 일 때, $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 n 의 값을 모두 찾아라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

▷ 정답 : 1
▷ 정답 : 2
▷ 정답 : 3
▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} (A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n &= (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n \\ &= A_6 \end{aligned}$$

위의 식을 보면,
 $A_n \subset A_6$ 이므로,
6의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은
1, 2, 3, 6

29. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $[P] = p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_N$ 이라 정의한다. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ 이라 할 때, $[A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \dots \times [A_8]$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1296

해설

$$\begin{aligned} & A = \{1, 2, 3\} \text{ 의 부분집합이 } A_1, A_2, A_3, \dots, A_8 \\ & \text{일 때,} \\ & \text{집합 } A \text{ 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두} \\ & 2^{3-1} = 4 \text{ (번) 씩 나온다.} \\ & \text{따라서 } [A_1] \times [A_2] \times [A_3] \times \dots \times [A_8] = 1^4 \times 2^4 \times 3^4 = 1296 \end{aligned}$$

30. 자연수 N 에 대해 $A_N = \{x|x \text{는 } N \text{보다 작은 소수}\}$ 로 정의한다. A_N 의 진부분집합의 개수가 15 개일 때, N 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 19

해설

A_N 의 진부분집합의 개수 : 15 개

→ A_N 의 부분집합의 개수 : 16 개

→ $2^{n(A_N)} = 16, n(A_N) = 4$,

A_N 은 N 보다 작은 소수를 원소로 가지므로 원

소의 개수가 4 개가 되려면 $A_N = \{2, 3, 5, 7\}$,

따라서 N 의 최솟값은 8 , 최댓값은 11 이므로 N

의 최댓값과 최솟값의 합은 19