

단원 형성 평가

1. 다음 중 유한집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 집합
- ㉡ 5와 6 사이의 자연수
- ㉢ 짝수의 집합
- ㉣ 100보다 큰 3의 배수의 집합
- ㉤ 우리나라 중학생의 집합
- ㉥ 1보다 작은 자연수의 집합

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉢, ㉣, ㉤ ③ ㉣, ㉤, ㉥
 ④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ $\{5, 10, 15, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
- ㉡ 5와 6 사이에는 자연수가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ㉢ $\{2, 4, 6, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
- ㉣ $\{102, 105, 108, 111, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
- ㉤ 중학생의 수는 한정되어 있으므로 유한집합이다.
- ㉥ 1보다 작은 자연수는 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

2. 집합 $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ 에 대하여 12 를 반드시 포함하고 15 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

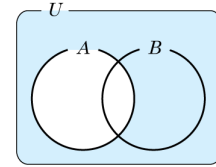
▶ 답:

▶ 정답: 8 개

해설

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

3. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{10, 20, 30\}$, $B = \{20, 30, 50\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 집합과 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은?

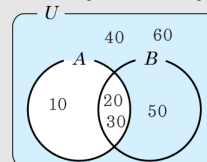


[배점 2, 하중]

- ① $A^c = \{20, 30\}$
- ② $A^c = \{40, 50, 60\}$
- ③ $B^c = \{40, 60\}$
- ④ $B^c = \{10, 40, 60\}$
- ⑤ $(A \cap B)^c = \{10, 40, 60\}$

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은 A^c 이므로
 $A^c = \{40, 50, 60\}$



4. 전체집합 $U = \{c, a, n, d, y\}$ 의 두 부분집합 $A = \{c, a, y\}$, $B = \{n, d, y\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A \cap B = \{a, y\}$ ㉡ $A - B = \{c, a\}$
 ㉢ $B - A = \{d\}$ ㉣ $A^C = \{n, d\}$
 ㉤ $B \cap A^C = \{y\}$ ㉥ $B^C = \{c, a\}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

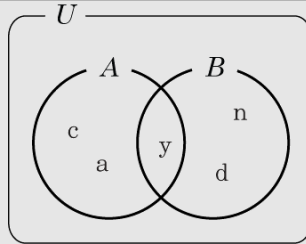
▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉥

해설 집합을 벤

다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



- ㉠ $A \cap B = \{y\}$
 ㉡ $A - B = \{c, a\}$
 ㉢ $B - A = \{n, d\}$
 ㉣ $A^C = \{n, d\}$
 ㉤ $B \cap A^C = \{n, d\}$
 ㉥ $B^C = \{c, a\}$

5. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, f\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$A - B = \{a, c, e\}$$

6. 다음 중 무한집합인 것은?

[배점 3, 하상]

① $\{a, b\}$

② $\emptyset$

③ $\{x | x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x | x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

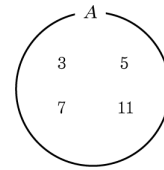
해설

③ $\{12\}$: 유한집합

④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

7. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

① $\{x | x \text{는 } 11 \text{이하의 자연수}\}$

② $\{x | x \text{는 } 3 \text{이상 } 11 \text{이하의 소수}\}$

③ $\{x | x \text{는 } 11 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

④ $\{x | x \text{는 } 2 \text{이상 } 12 \text{이하의 홀수}\}$

⑤ $\{x | x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.

조건제시법으로 나타내면 $\{x | x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

8. 다음 중 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{ 인 수}\}$

해설

④ $\{1, 3, 5, 7\}$

9. 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $A = \{13, 15, 17, 19\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 보다 크고 } 21 \text{ 보다 작은 홀수}\}$ 일 때,
 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$ ② $A \not\subset C$ ③ $B \subset A$
- ④ $B \subset C$ ⑤ $C \subset B$

해설

$C \subset A = B$

10. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A - B = \{1, 5\}$
- ② $B^c = \{1, 5, 6, 7\}$
- ③ $A \cap B = \{3\}$
- ④ $A \cup B = \{1, 2, 4, 5\}$
- ⑤ $B - A^c = \{3\}$

해설

④ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.

11. 19 명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 하였더니, A 문제를 푼 학생은 11 명이며, B 문제를 푼 학생은 8 명이며, 한 문제도 못 푼 학생은 3 명이었다. A 문제만 푼 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 8 명

해설

$n(U) = 19, n((A \cup B)^c) = 3$ 이므로
 $n(A \cup B) = 19 - 3 = 16$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로
 $n(A \cap B) = 3$ 이다.
 따라서 A 문제만 푼 학생은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 11 - 3 = 8$ 이다.

12. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 의 부분집합 중 원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

원소 a 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 a, b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-2} = 2 \text{ (개)}$$

원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$4 + 4 - 2 = 6 \text{ (개)}$$

13. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8 개라고 할 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$$

14. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\}$

에 대하여 다음 보기의 알파벳 중 $A \cup B$ 의 원소가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$a, c, g, h, i, k, m, n, o, q, s, t$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : a

▷ 정답 : g

▷ 정답 : i

▷ 정답 : k

▷ 정답 : o

▷ 정답 : q

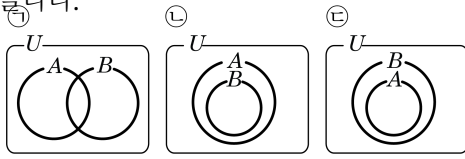
해설

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\} = \{m, t, h, c, s\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\} = \{s, c, n\}$ 이다.

따라서 $A \cup B = \{m, t, h, c, s, n\}$

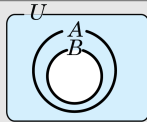
15. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : ㉢

해설 B 일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



16. 어느 반 학생 35명 중 피자를 좋아하는 학생이 19명, 떡볶이를 좋아하는 학생이 21명, 피자와 떡볶이 모두를 싫어하는 학생이 3명일 때, 둘 다 좋아하는 학생은 몇 명인가?

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 8명

해설

전체 반 학생들의 집합을 U , 피자를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 떡볶이를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A) = 19, n(B) = 21$$

$$n((A \cup B)^c) = 3$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 3 = 32$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 19 + 21 - 32 = 8$$

17. 어느 아파트 단지 150가구 중 A 신문을 구독하는 가구는 70가구, B 신문을 구독하지 않는 가구는 69가구이다. 두 신문을 모두 구독하지 않는 가구가 16가구일 때, A 와 B 신문을 모두 구독하는 가구는 몇 가구인가?

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 17가구

해설

A 신문을 구독하는 가구들의 집합을 A , B 신문을 구독하는 가구들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 150, n(A) = 70, n(B^c) = 69, n((A \cup B)^c) = 16 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 150 - 16 = 134$$

$$n(B) = n(U) - n(B^c) = 150 - 69 = 81$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 70 + 81 - 134 = 17$$

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{2, 4, 6\}$ 일 때, $A \cup X = A, (A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4개

해설

$$A \cup X = A \text{ 에서 } X \subset A,$$

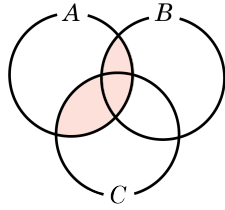
$$(A \cap B) \cup X = X \text{ 에서 } (A \cap B) \subset X \text{ 이므로}$$

$$(A \cap B) \subset X \subset A$$

$$\{2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 8\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 2, 4 를 반드시 포함하는 집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)

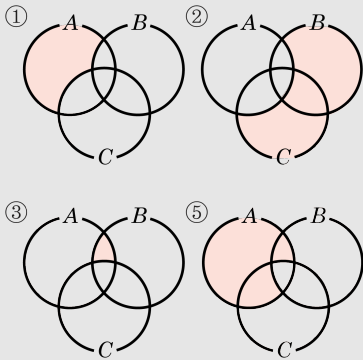
19. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $A - (B \cup C)$ ② $(B \cup C) - A$
 ③ $(A \cap B) - C$ ④ $A \cap (B \cup C)$
 ⑤ $A - (B \cap C)$

해설



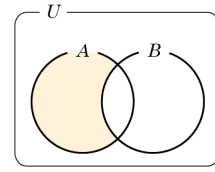
20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 18, n(A \cap B^c) = 10, n(B) = 19$ 일 때, $n(B \cap A^c)$ 은? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$n(A) = 18, n(A - B) = 10$ 이므로 $n(A \cap B) = 8$ 이다.
 $n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 8 = 11$ 이다.

21. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 50, n(A) = 20, n(B) = 20, n(A^c \cap B^c) = 12$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수를 구하여라.



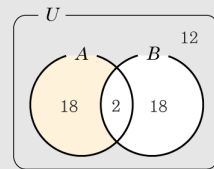
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 18개

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 18이다.



22. 40명의 학생 중 수학을 좋아하는 학생이 24 명, 영어를 좋아하는 학생이 18 명, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생이 9 명일 때, 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영어를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

수학과 영어를 좋아하는 학생, 즉 $A \cap B = 9$ 이다.

수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 24 + 18 - 9$$

$$x = 33$$

$n(A \cup B) = 33$ 이므로 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 $40 - 33 = 7$ (명)이다.

23. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}$, $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X+Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9개

해설

$X+Y$ 가 20 이하인 수는

$x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고

$x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고

$x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

24. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $A \cap B = \{7, 11\}$

② $A \cap B^c = \{2\}$

③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$

④ $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$

⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

$$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\},$$

$$A = \{2, 7, 11\}, B = \{3, 7, 11, 17\}$$

② $A \cap B^c = A - B = \{2\}$

③ $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$

④ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$

⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$

25. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cap B = \{a, b\}, B \cap C = \{e\}, C \cap A = \emptyset, A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}, B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

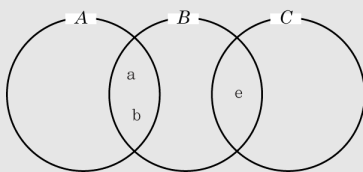
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

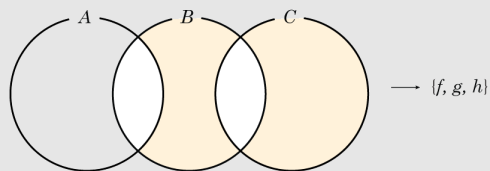
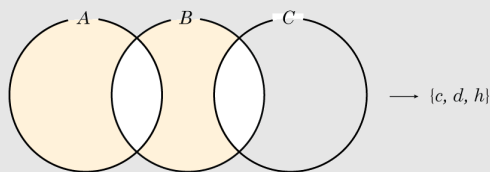
▶ 정답 : $\{a, b, e, h\}$

해설

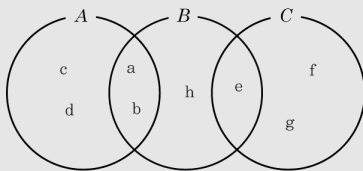
우선 세 조건 $A \cap B = \{a, b\}, B \cap C = \{e\}, C \cap A = \emptyset$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



다음으로 $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}, B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 이므로



따라서 이상의 조건을 모두 조합하면 집합 A, B, C 는 다음과 같다.



그러므로 $B = \{a, b, e, h\}$ 이다.