

단원 형성 평가

1. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $c \subset A$
 ㉡ $d \notin A$
 ㉢ $\{a\} \in A$
 ㉣ $\{b, c\} \subset A$
 ㉤ $A \subset \{a, b, c, d, e, f\}$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉣
 ③ ㉡, ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $c \in A$
 ㉢ $\{a\} \subset A$

2. 다음 중 옳은 것은? (정답 2개)

20의 약수의 모임 : A
 4의 배수의 모임 : B
 100 이하 짝수의 모임 : C
 10 이하의 소수 : D

[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B = \emptyset$
 ② $A \cap D = \{2, 5\}$
 ③ $B \cap C = \{4, 8, 12, \dots, 100\}$
 ④ $A \cup D = \{1, 3, 5, 7, 10\}$
 ⑤ $9 \in B \cup D$

해설

A 는 20의 약수의 모임이므로
 $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$,
 B 는 4의 배수의 모임이므로
 $B = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$,
 C 는 100 이하 짝수의 모임이므로
 $C = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$,
 D 는 10 이하의 소수이므로
 $D = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

- ① $A \cap B = \{4, 20\}$
 ④ $A \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 20\}$
 ⑤ $B \cup D = \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 12, 16, \dots\}$ 이므로
 9는 $B \cup D$ 에 속하지 않는다.

3. 우리 반에서 발야구가 취미인 학생이 17 명, 컴퓨터 게임이 취미인 학생이 18 명이다. 또 , 두 가지 전부 취미인 학생이 7 명이다. 이때, 우리 반 학생 가운데 발야구나 컴퓨터 게임이 취미인 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28 명

해설

발야구가 취미인 학생을 집합 A 라 하고, 컴퓨터 게임이 취미인 학생을 B 라고 하자.

그렇다면 발야구, 컴퓨터 게임 모두 취미인 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

발야구나 컴퓨터 게임이 취미인 학생, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 17 + 18 - 7$$

그러므로 x 는 28 이다.

4. 어느 중학교 1 학년 1 반 학생들을 대상으로 과학의 날 행사 참여도를 조사 해보니 상상화 그리기에 참여한 학생이 18 명, 독후감 쓰기에 참여한 학생이 20 명이 었다. 독후감도 쓰고 상상화도 그린 학생은 3 명, 독 후감과 상상화 중 어느 것에도 참여하지 않은 학생이 5 명이였다면 이 반 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 40 명

해설

전체집합을 U , 상상화 그리기에 참여한 학생의 집합을 A , 독후감 쓰기에 참여한 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 18 + 20 - 3 = 35, n((A \cup B)^c) = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $n(U) = 35 + 5 = 40$ 이다.

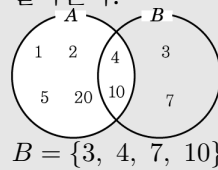
5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 이고, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 20\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $B = \{3, 4, 7, 10\}$

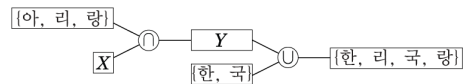
해설

벤 다이어그램을 그려서 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 을 알아본다.



6. 두 집합 A, B 의 교집합과 합집합을 다음 보기와 같이 나타내기로 한다. 이때, 다음 그림을 만족하는 집합 Y 를 구하여라.

<보기>



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{리, 랑\}$

해설

$Y \cup \{한, 국\} = \{한, 리, 국, 랑\}$ 이므로 $\{리, 랑\} \subset Y \subset \{한, 리, 국, 랑\}$ 이다.

또, $\{아, 리, 랑\} \cap X = Y$ 이므로 $Y \subset \{아, 리, 랑\}$ 이다.

따라서 $Y = \{리, 랑\}$ 이다.

7. 다음 글을 읽고, 승훈이가 초대한 초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

엄마 : 초대한 친구 중에 초등학교 친구와 중학교 친구는 각각 몇 명이니?

승훈 : 초등학교 친구 7명과 중학교 친구 5명요.
이 말을 들은 엄마는 12명이 먹을 수 있는 음식을 준비했다.

(그 날 저녁)

친구들 : 안녕하세요.

엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아! 왜 10명이니? 안 온 사람 있니?

승훈 : 아니요. 제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 명

해설

승훈이가 초대한 초등학교 친구와 중학교 친구는 모두 10(명)이다.

또한 초등학교와 중학교가 같은 친구는 $7+5-10=2$ (명)이다.

따라서 초등학교 친구 중 중학교 친구가 다른 친구는 초등학교 친구 중 초등학교와 중학교가 같은 친구를 제외한 $7-2=5$ (명)이다.

8. 어느 아파트 단지 150가구 중 A 신문을 구독하는 가구는 70가구, B 신문을 구독하지 않는 가구는 69가구이다. 두 신문을 모두 구독하지 않는 가구가 16가구일 때, A 와 B 신문을 모두 구독하는 가구는 몇 가구인가?

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17가구

해설

A 신문을 구독하는 가구들의 집합을 A , B 신문을 구독하는 가구들의 집합을 B 라고 하면,

$n(U) = 150$, $n(A) = 70$, $n(B^c) = 69$, $n((A \cup B)^c) = 16$ 이므로

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 150 - 16 = 134$

$n(B) = n(U) - n(B^c) = 150 - 69 = 81$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 70 + 81 - 134 = 17$

9. 경진이가 사는 아파트에는 중학생이 모두 30명 있다. 토요일에는 아파트로 찾아오는 이동 도서관을 이용하는데, 이동 도서관에는 가, 나 두 코너가 마련되어 있다. 토요일에 가 코너를 이용하는 학생은 18명, 나 코너를 이용하는 학생은 10명, 두 코너를 모두 이용하는 학생은 7명이라고 한다. 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 9명

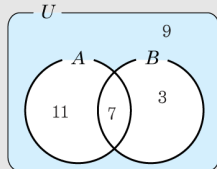
해설

아파트에 사는 중학생을 전체집합 U , 토요일에 이동 도서관의 가 코너를 이용하는 학생의 집합을 A , 나 코너를 이용하는 학생의 집합을 B 라 하면 $n(U) = 30, n(A) = 18, n(B) = 10, n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 18 + 10 - 7$
 $= 21$

따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 21 = 9 \text{ (명)}$$

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는 9명이다.

10. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $n(\emptyset) = n(\{0\})$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$

③ $n(\{4\}) = 4$

④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$

⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$

③ $n(\{4\}) = 1$

④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$

⑤ $n(\{3\}) = 1$

11. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$

$n(A) = 10$

12. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 3개)
[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$
- ④ 예를 들면 $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$
- ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

13. $\{a\} \subset X \subset \{a, b, c, d\}$ 이고 원소의 개수가 3 개인 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

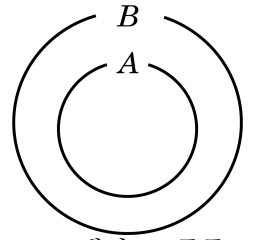
▶ 답:

▶ 정답: 3개

해설

$\{a\} \subset X \subset \{a, b, c, d\}$ 이므로 a 를 포함하는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개인 집합을 구하면 된다.
 a 를 제외한 $\{b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 집합을 구하면 $\{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$ 의 3개이므로, a 를 포함하는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 집합은 $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}$ 의 3개이다.

14. 다음 중 두 집합 A, B 사이의 포함 관계가 아래 그림의 벤 다이어그램과 같이 나타나는 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

- ① $A = \{1, 2, 4, 6\}, B = \{1, 2, 5, 6\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 5보다 작은 자연수}\}, B = \{x \mid x \text{는 5 이하의 자연수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x = 3 \times n, n = 1, 2, 9\}, B = \{x \mid x \text{는 12의 약수}\}$
- ⑤ $A = \emptyset, B = \{\emptyset\}$

해설

- ① 포함 관계 없음
- ② $B \subset A$
- ③ $A \subset B$
- ④ 포함 관계 없음
- ⑤ $A \subset B$

15. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 7보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합

$A = \{x \mid x \text{는 7보다 작은 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 4의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{3\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{1, 2\}$
- ④ $\{2, 3\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 5\} - \{1, 2, 4\} = \{3, 5\}$ 이다.

16. 세 집합 $A = \{5, 6, 7\}$, $B = \{1, 9, 10, 20\}$, $C = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap C$ 는?
[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 5, 10, 20\}$ ② $\{2, 4, 5, 10, 20\}$
③ $\{2, 5, 10\}$ ④ $\{5, 10\}$
⑤ $\{10, 20\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.

먼저 A 와 B 의 합집합을 구하면 $\{1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 20\}$ 이다.

$(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 5, 10, 20\}$ 이다.

17. $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$, $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 옳은 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $n(A \cup B) = 5$
② $n(A \cap B) = 4$
③ $n(A \cap B^c) = 1$
④ $n(B^c - A) = 13$
⑤ $n(A - B) + n(B - A) = 3$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

① $n(A \cup B) = n(\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}) = 6$

② $n(A \cap B) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$

③ $n(A \cap B^c) = n(\{8\}) = 1$

④ $n(B^c - A) = n(\{6, 7, 9, 10, 11, \dots, 20\})$
 $= 14$

⑤ $n(A - B) + n(B - A)$
 $= n(\{8\}) - n(\{3, 5\})$
 $= 1 - 2 = -1$

18. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4\}$
 $1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$
 이므로
 $A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$
 $\therefore n(A \times B) = 7$

19. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A_2 \subset A_4$ ② $B_2 \subset B_4$
 ③ $A_4 = B_4$ ④ $n(B_{15}) = 5$
 ⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$
 $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$
 $B_2 = \{1, 2\}$
 $B_4 = \{1, 2, 4\}$
 $B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$
 ① $A_4 \subset A_2$ ③ $A_4 \neq B_4$ ④ $n(B_{15}) = 4$

20. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$A \subset C, B \subset C, C \subset E, D \subset E$

[배점 5, 중상]

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.
 ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.
 ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다.
 ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다.
 ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
 ② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
 ③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다. → $D \subset B, B \not\subset D$ 일 수 있다.
 ④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다. → $E \subset D$ 이면, $D = E$ 이고 $A \subset E$ 이므로 $A \subset D$ 이다.
 ⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. → $B = C = E$ 일 수 있다.

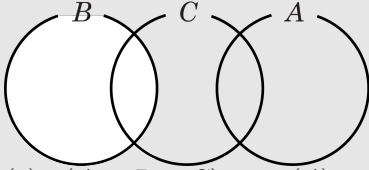
21. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 24, n(A \cap B) = 0, n(B \cap C) = 3, n(C \cap A) = 5, n(A \cup B \cup C) = 35$ 일 때, 집합 C 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

(1) $n(A \cap B) = 0$ 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 세 집합 A, B, C 를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



(2) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(B \cap C) - n(C \cap A)$ 이므로

$$\begin{aligned} 35 &= 15 + 24 + n(C) - 3 - 5 \\ \therefore n(C) &= 35 - (15 + 24 - 3 - 5) \\ &= 35 - 31 \\ &= 4 \end{aligned}$$

(3) 따라서 집합 C 의 부분집합의 개수는
 $\therefore 2^4 = 16$ (개)

22. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$$

23. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $\{a\} \in A$

② $\emptyset \in A$

③ $\{c, d\} \subset A$

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

③ $\{c, d\} \in A$

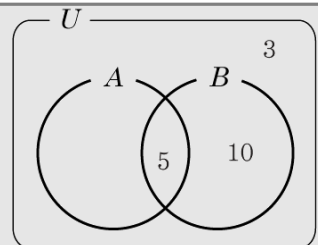
24. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10, n(B^c) = 10, n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$n(U) = 25$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$
 $A^c \cap B = B - A$ 이므로



$$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$$

$$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서 $n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.

25. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28 개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$\begin{aligned} (\text{집합 } B \text{의 갯수}) &= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - \\ & \quad (A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수}) \\ &= 2^5 - 2^{5-3} \\ &= 2^5 - 2^2 \\ &= 32 - 4 = 28(\text{개}) \end{aligned}$$