

단원 형성 평가

1. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

$A \square B$

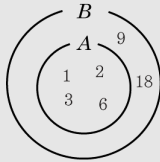
[배점 3, 중하]

- ① $\subset$ ② $\supset$ ③ $\in$ ④ $\ni$ ⑤ $=$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$



2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, a\}$, $B = \{1, 3, 5, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $a + b = 7$

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 하므로
 $a = 5$ 이고, $b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 7$

3. 다음 그림은 2009년 3월 중의 우리나라의 지역별 일일 최저기온/최고기온을 나타낸 것이다.

두 집합

$A = \{x | x \text{는 일 최저기온이 경남보다 낮은 지역}\},$
 $B = \{x | x \text{는 일 최고기온이 영서보다 높고 영동보다 낮은 지역}\}$

에 대하여 $A \cup B$ 는?



[배점 3, 중하]

- ① {충남, 충북}
② {서울 / 경기, 충남, 충북}
③ {서울 / 경기, 충남, 영서, 서해5도, 울릉 / 독도}
④ {서울 / 경기, 충남, 충북, 영서, 서해5도, 전북, 울릉 / 독도}
⑤ {충남, 충북, 영서, 서해5도, 전남, 울릉 / 독도, 제주도}

해설

$A = \{\text{서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 전북}\}$ 이고,
 $B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.
따라서 $A \cup B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

4. $n(A) = 14$, $n(B) = 23$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) \\ n(A - B) &= 14 - 7 = 7 \\ n(B - A) &= 23 - 7 = 16 \\ \therefore n(B - A) - n(A - B) &= 16 - 7 = 9 \end{aligned}$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 5$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 중하]

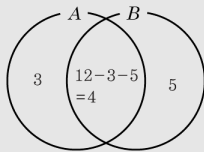
▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) \\ 12 &= 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4 \end{aligned}$$

[별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

6. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) (정답 2 개) [배점 4, 중중]

① $4 \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{3, 7\} \in A$

④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\} \subset A$

⑤ $A \subset \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

해설

① $4 \notin A$

③ $\{3, 7\} \subset A$

⑤ $A \subset A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

7. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 있는 것을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\{1, 2, 3\}$ ㉡ $\{1, 2, 4\}$
 ㉢ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ㉣ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 ㉤ $\{1, 2, 4, 5\}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉣
 ③ ㉠, ㉢, ㉣ ④ ㉠, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{1, 2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 X 가 될 수 있는 집합은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

8. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 7 \text{보다 작은 홀수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{3\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{1, 2\}$
 ④ $\{2, 3\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 5\} - \{1, 2, 4\} = \{3, 5\}$ 이다.

9. 세 집합 $A = \{1, 5, 7, 11\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 10 \text{미만의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(B \cap (A \cup C))$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다. $(A \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 11\}$ 이고 이것과 B 의 교집합을 구하면 $\{1, 2, 4, 6\}$ 이다. 따라서 원소의 개수는 4개이다.

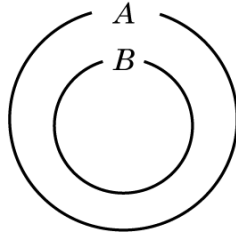
10. 어느 마을에서 개나리신문을 보는 가구는 25가구, 진달래신문을 보는 가구는 16가구, 개나리와 진달래 신문 모두를 보는 가구는 5가구이다. 개나리와 진달래 신문 중 하나의 신문만 보는 가구의 수는? [배점 4, 중중]

- ① 31가구 ② 32가구 ③ 33가구
 ④ 34가구 ⑤ 35가구

해설

$n(A) = 25$, $n(B) = 16$, $n(A \cap B) = 5$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 16 - 5 = 36$ 이다.
 $n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 36 - 5 = 31$ 이다.

11. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 없는 것은?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

- ① $\{1, 2, 3, 6\} \subset A$
 ② $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \subset A$
 ③ $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \subset A$
 ④ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \not\subset A$
 ⑤ $B = A$

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28

해설

$$A = \{1, 2, 4\}$$

$$X : \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\},$$

$$\{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4 가 각각 4 번씩 더해지므로 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

13. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\emptyset \in A$ ② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$
 ③ $n(A) = 5$ ④ $\{4\} \subset A$
 ⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

$$\text{④ } \{4\} \in A$$

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4 개인 것은 몇 개인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 원소 1, 3, 9 를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$ 의 3 개이므로, 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

15. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x|x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

$$X \cap A = X \text{ 이므로 } X \subset A$$

$$X \cup (A \cap B) = X \text{ 이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$A \cap B = \{1, 5\}$$

$$\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

16. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$$n(A) = 40, n(B) = 24, n(C) = 16, n(A \cup B) = 50,$$

$$n(B \cap C) = 10, A \cap C = \emptyset \text{ 일 때,}$$

$$n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C) \text{의 값을 구하여라.}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$A \cap C = \emptyset \text{ 이므로 } A \cap B \cap C = \emptyset \text{ 이 된다.}$$

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B) \text{ 이고}$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 40 + 24 - 50 = 14$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 40 + 24 + 16 - 14 - 10 - 0 + 0 = 56$$

$$\text{따라서 정답은 } 56 + 2 \times 0 = 56$$

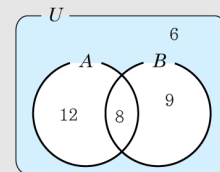
17. 수민이네 반 학생을 대상으로 과목에 대한 선호도를 조사하였더니 음악을 좋아하는 학생이 20명, 체육을 좋아하는 학생이 17명, 음악과 체육을 모두 좋아하는 학생이 8명이고 음악을 좋아하지 않는 학생이 15명이다. 이때, 음악과 체육을 모두 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



18. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면 ? (정답 3개) [배점 5, 상하]

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 유리수는 무수히 많다.
- ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $\rightarrow [x]$ 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3 뿐이다.

19. 집합 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여 $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.

집합 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때, $f(A_1) + f(A_2) + (A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면,

집합 A 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두 $2^{4-1} = 8$ (번) 씩 나온다.

따라서 $f(A_1) + f(A_2) + (A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 서로 같은 집합을 고르면?

- | | |
|--------------|------------------|
| ㉠ A | ㉡ $B - A$ |
| ㉢ $A \cap B$ | ㉣ $\emptyset$ |
| ㉤ $A - B^c$ | ㉥ $A^c \cup B^c$ |

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$,
 $A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = A$
 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 이 A 로 같다.

21. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $n(A - C) = 0$
 ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$
 ③ $n(A \cap C) = n(B)$
 ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$
 ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$
 이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

22. 1 학년 1 반 학생 45 명 중 수박을 좋아하는 학생이 35 명, 자두를 좋아하는 학생이 27 명이다. 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 : 27 명

▷ 정답 : 최솟값 : 17 명

해설

1 학년 1 반의 학생의 집합을 U , 수박을 좋아하는 학생의 집합을 A , 자두를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 두면, 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이고,

$n(U) = 45, n(A) = 35, n(B) = 27$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \leq 45$ 이므로,

$17 \leq n(A \cap B) \leq 27$

따라서 수박과 자두를 모두 좋아하는 학생 수의 최댓값과 최솟값은 각각 27 명과 17 명

23. 자연수를 원소로 하는 두 집합

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{a + x | a \in A\}$ 가 있다.
 $A \cap B = \{5, 7\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 16 ,
 $A \cup B$ 의 원소의 합이 36 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 이므로

$B = \{a + x | a \in A\}$

$= \{a_1 + x, a_2 + x, a_3 + x, a_4 + x\}$

따라서 집합 A 의 원소의 합은

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 16$

집합 B 의 원소의 합은

$(a_1 + x) + (a_2 + x) + (a_3 + x) + (a_4 + x) = 16 + 4x$

$A \cup B$ 의 원소의 합은

$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_1 + x) + (a_2 + x) +$

$(a_3 + x) + (a_4 + x) - 5 - 7$

$= 16 + 16 + 4x - 5 - 7$

$= 20 + 4x = 36$

$\therefore x = 4$

따라서 집합 B 의 원소의 합은 $16 + 4 \times 4 = 32$

24. $n(U) = 50$ 인 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, $n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A))$ 의 값을 구하여라.

- $n(A) = 38, n(B) = 31, n(C) = 27$
- $n(A \cap B \cap C) = 9, n((A \cup B \cup C)^c) = 0$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$n(U) = 50, n((A \cup B \cup C)^c) = 0 \rightarrow n(A \cup B \cup C) = 50,$
 $n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 50$ 이므로,
 $38 + 31 + 27 - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 9 = 50,$
 $\rightarrow n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 55$
 $\therefore n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)) = n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 2 \times n(A \cap B \cap C) = 55 - 18 = 37$

25. 75 명의 학생을 대상으로 조사를 하였더니 영어학원을 다니는 학생은 24 명, 수학을학원을 다니지 않는 학생은 32 명이였다. 영어학원과 수학을학원을 모두 다니지 않는 학생 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

조사한 학생의 집합을 U , 영어학원을 다니는 학생의 집합을 A , 수학을학원을 다니는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 75, n(A) = 24, n(B^c) = 32$$

$$n(B) = n(U) - n(B^c) = 75 - 32 = 43$$

$A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B)$ 이 최대이므로 $n(A \cup B)$ 의 최댓값은 $24 + 43 = 67$ 이다.

$$\therefore (n((A \cup B)^c) \text{의 최솟값}) = m = 75 - 67 = 8$$

$A \subset B$ 일 때, $n(A \cup B)$ 이 최소이므로 $n(A \cup B)$ 의 최솟값은 $n(B) = 43$

$$\therefore (n((A \cup B)^c) \text{의 최댓값}) = M = 75 - 43 = 32$$

따라서 $M - m = 32 - 8 = 24$ 이다.