

단원 형성 평가

1. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 중하]

- ① 우리 중학교에서 키가 큰 학생의 모임
- ② 우리 중학교에서 학급 회장들의 모임
- ③ 0 보다 크고 1 보다 작은 자연수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 0 에 가장 가까운 유리수의 모임

해설

- ① '키가 큰' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ⑤ 0 에 가장 가까운 유리수는 알 수 없다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ { 전자레인지, 전화기, 화분, 침대, 이불 } = { x | x 는 전자제품 }
- ㉡ { 1, 2, 3, 4 } = { x | x 는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지 }
- ㉢ { 매화, 난초, 국화, 대나무 } = { x | x 는 사군자의 이름 }
- ㉣ { 0과 1 사이의 분수 } = { $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ }
- ㉤ { 1, 3, 17, 51 } = { x | x 는 51의 약수 }
- ㉥ { 징, 장구, 북, 팽과리 } = { x | x 는 사물놀이에 쓰이는 악기 }

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉢
- ② ㉡, ㉣, ㉤
- ③ ㉠, ㉡, ㉢
- ④ ㉠, ㉡, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉡ { x | x 는 자연수를 4로 나누었을 때, 나머지 }는 { 0, 1, 2, 3 } 이다.
- ㉣ { 0과 1 사이의 분수 }는 { $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ } 이다.

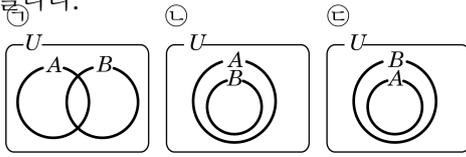
3. { 1 } \subset A \subset { 1, 2, 3, 4 } 를 만족하는 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 8개

해설

집합 A 는 { 1, 2, 3, 4 } 의 부분집합이면서 1을 포함하는 집합이므로 { 2, 3, 4 } 의 부분집합의 개수와 같다.
 $2^3 = 8$ (개)

4. 다음 벤 다이어그램 중 $B^c \subset A^c$ 인 관계를 만족하는 것을 골라라.

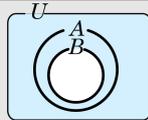


[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설 B 일 때, 벤 다이어그램을 그리면 $B^c \subset A^c$ 이다.



5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

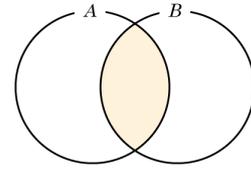
- ① {4, 5}
- ② {2, 4, 5, 6}
- ③ $\{x|x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?



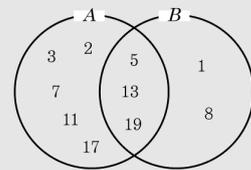
[배점 4, 중중]

- ① {5, 13}
- ② {5, 19}
- ③ {5, 13, 19}
- ④ {1, 5, 13}
- ⑤ {1, 5, 13, 19}

해설

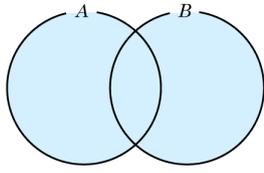
조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 {5, 13, 19} 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x = 2 \times n - 1, n \text{은 } 10 \text{이하의 자연수}\}$, $B = \{5, 7, 9, 17, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서의 색칠한 부분의 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 3, 5, 9, 11, 13, 17\}$
 ② $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 ③ $\{1, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 ④ $\{1, 5, 13, 19\}$
 ⑤ $\{1, 5, 13, 19, 21, 23\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 8 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 36

해설

$n(A) = 24, n(B) = 15, n(A \cap B) = 3$ 이므로 $n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$

9. 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 16, n(B) = 11, n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 11 - 21 = 6 \end{aligned}$$

10. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A_2 \subset A_4$ ② $B_2 \subset B_4$
 ③ $A_4 = B_4$ ④ $n(B_{15}) = 5$
 ⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

$$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$$

$$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$$

$$B_2 = \{1, 2\}$$

$$B_4 = \{1, 2, 4\}$$

$$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

- ① $A_4 \subset A_2$ ③ $A_4 \neq B_4$ ④ $n(B_{15}) = 4$

11. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ㉠ $A = B$ | ㉡ $A = C$ | ㉢ $B = C$ |
| ㉣ $B \subset A$ | ㉤ $C \subset A$ | ㉥ $C \subset B$ |

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤
 ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

- ㉠ $A = C$ 면 $A \subset C, C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.
 ㉤ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

12. 집합 $A = \{\emptyset, 3, 6, \{3, 6\}\}, B = \{\emptyset, 3, \{3, 6\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $\emptyset \in \emptyset$ ② $\{3, 6\} \in B$
 ③ $6 \in B$ ④ $\{\{3, 6\}\} \subset A$
 ⑤ $B \subset A$

해설

- ① $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고 $\emptyset \notin \emptyset, \emptyset \subset \emptyset$ 이다.
 ② B 의 원소는 $\emptyset, 3, \{3, 6\}$ 이므로 $\{3, 6\} \in B$ 이다.
 ③ $6 \notin B$

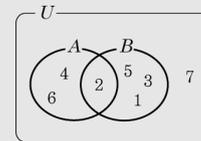
13. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{2, 4, 6\}, A \cap B = \{2\}, B \cap A^c = \{1, 3, 5\}, A^c \cap B^c = \{7\}$ 일 때, A^c 은? [배점 5, 중상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$
 ③ $\{1, 7\}$ ④ $\{3, 5, 7\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

$B \cap A^c = \{7\} = B - A$ 이므로
 $A^c = U - A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.



14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
- ㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ㉣ U^c 은 모든 집합의 부분집합이다.
- ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

[배점 5, 중상]

해설

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$ 이다.
- ㉡ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ㉢ $U^c = \emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이다.
- ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $A = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

15. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50, n(A \cup B) = 38, n(A \cap B) = 9, n(B - A) = 16$ 일 때, $n((A - B)^C)$ 을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 37

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) - n(B - A) \\ &= 38 - 9 - 16 \\ &= 13 \\ n((A - B)^C) &= n(U) - n(A - B) = 50 - 13 = 37 \end{aligned}$$

16. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: {1, 2, 3, 4, 6}

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6 이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6 으로 되어있다.

17. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은

$\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8 번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.

19. 전체집합 $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 두 부분집합 $A = \{7, 19\}, B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$A \cup X = X, X \cap (B - A) = \{5, 11\}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A \cup X = X$ 이므로 $A \subset X$

$\therefore 7, 19$ 는 X 의 원소

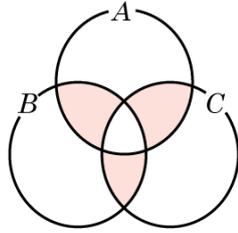
$B - A = \{3, 5, 11, 13\}$ 이고

$X \cap (B - A) = \{5, 11\}$ 이므로

5, 11 은 X 의 원소이고 3, 13 은 X 의 원소가 아니다.

따라서 X 는 5, 7, 11, 19 를 포함하고 3, 13 은 포함하지 않는 전체집합 U 의 부분집합이므로 $2^{8-4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$

20. 1 에서 100 까지의
 자연수 중에서 $A =$
 $\{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $B =$
 $\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$, $C =$
 $\{x \mid x \text{는 } 5\text{의 배수}\}$ 일 때,
 다음 벤 다이어그램에 색칠된
 부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.



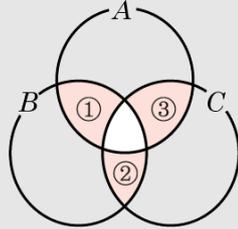
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 23 개

해설 부분 ①, ②, ③ 의

원소의 개수를 a, b, c 라
 하면 $a = n(A \cap B) - n(A \cap$
 $B \cap C) \dots \textcircled{1}$, $b = n(B \cap$
 $C) - n(A \cap B \cap C) \dots \textcircled{2}$,
 $c = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap$
 $C) \dots \textcircled{3}$



$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B) = 16,$
 $B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 15\text{의 배수}\} \therefore n(B \cap C) = 6$
 $C \cap A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{의 배수}\} \therefore n(C \cap A) = 10$
 $A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 30\text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B \cap$
 $C) = 3$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의해

$$a + b + c$$

$$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C)$$

$$= 16 + 6 + 10 - 9 = 23$$

21. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k =$
 $\{x \mid k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap$
 $A_3 \dots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$$

$$A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$$

$$A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$$

⋮

$$A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$$

$$\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$$

22. 집합 $S = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4 \right\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수를 구하여라.

• $x \in A$ 이면 $\frac{1}{x} \in A$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 15 개

해설

주어진 집합은 원소의 역수가 반드시 A 의 원소가 되어야 하는 조건을 가진다.

$\left(\frac{1}{4}, 4\right), \left(\frac{1}{3}, 3\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right), (1, 1)$ 은 역수 관계에 있는 두 수의 쌍이다.

- (1) 원소의 개수가 1 개인 집합 : $\{1\} \Rightarrow 1$ 개
 - (2) 원소의 개수가 2 개인 집합 :
 $\left\{ \frac{1}{4}, 4 \right\}, \left\{ \frac{1}{3}, 3 \right\}, \left\{ \frac{1}{2}, 2 \right\} \Rightarrow 3$ 개
 - (3) 원소의 개수가 3 개인 집합 :
 $\left\{ \frac{1}{4}, 1, 4 \right\}, \left\{ \frac{1}{3}, 1, 3 \right\}, \left\{ \frac{1}{2}, 1, 2 \right\} \Rightarrow 3$ 개
 - (4) 원소의 개수가 4 개인 집합 :
 $\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 3, 4 \right\}, \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2, 4 \right\}, \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3 \right\} \Rightarrow 3$ 개
 - (5) 원소의 개수가 5 개인 집합 :
 $\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1, 3, 4 \right\}, \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4 \right\}, \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3 \right\} \Rightarrow 3$ 개
 - (6) 원소의 개수가 6 개인 집합 : $\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3, 4 \right\} \Rightarrow 1$ 개
 - (7) 원소의 개수가 7 개인 집합 :
 $\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4 \right\} \Rightarrow 1$ 개
- 따라서 집합 A 의 개수는 $1+3+3+3+3+1+1 = 15$ (개)

23. 집합 $A = \{a, d, e\}$ 이고 집합 $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ 일 때, $A \cap X = \{a, e\}$, $c \notin X$, $X \cup B = B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4 개

해설

집합 B 의 부분집합 중 원소 a, e 는 포함하고, 원소 c, d 는 포함하지 않는 부분집합의 수를 구한다.

$2^{6-2-2} = 2^2 = 4$ (개)

24. 집합 A 에 대하여 $S(A)$ 는 집합 A 의 모든 원소의 합으로 정의한다.

$U = \{x \mid |x| \leq 2, x \text{는 정수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 2 개 이상인 부분집합을 차례로 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 이라 할 때, $S(P_1) + S(P_2) + S(P_3) + \dots + S(P_n)$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 0

해설

$U = \{x \mid |x| \leq 2, x \text{는 정수}\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

집합 U 의 전체 부분집합을 차례대로 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 이라 하면, 전체 부분집합에 각 원소가 각각 $2^{5-1} = 16$ 번씩 나오므로
 $S(Q_1) + S(Q_2) + S(Q_3) + \dots + S(Q_n) = 16 \times \{(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2\} = 0$

$P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ 은 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ 에서 원소의 개수가 1 개 또는 0 개인 집합을 뺀 것이므로,
 $S(Q_1) + S(Q_2) + S(Q_3) + \dots + S(Q_n)$ 에서 각 원소를 1 번씩만 더 빼 주면 $S(P_1) + S(P_2) + S(P_3) + \dots + S(P_n)$ 의 값을 구할 수 있다.

따라서 $S(P_1) + S(P_2) + S(P_3) + \dots + S(P_n) = 0 - \{(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2\} = 0$

25. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m - 1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m - 1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m - 1\} \rightarrow n(A) = m$
(개)

원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m - 1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개이므로

$$2^{m-2-2} = 32, m - 4 = 5$$

$$m = 9$$