단원 형성 평가

1. 다음 중 유한집합인 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ 5의 배수의 집합
>
> ㉡ 5와 6 사이의 자연수
>
> ㉢ 짝수의 집합
>
> ㉣ 100보다 큰 3의 배수의 집합
>
> ㉤ 우리나라 중학생의 집합
>
> ㉥ 1보다 작은 자연수의 집합

[배점 2, 하중]

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉢, ㉣, ㉤ ③ ㉣, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

㉠ $\{5, 10, 15, \cdots\}$ 이므로 무한집합이다.
㉡ 5와 6 사이에는 자연수가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
㉢ $\{2, 4, 6, \cdots\}$ 이므로 무한집합이다.
㉣ $\{102, 105, 108, 111, \cdots\}$ 이므로 무한집합이다.
㉤ 중학생의 수는 한정되어 있으므로 유한집합이다.
㉥ 1보다 작은 자연수는 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

2. 집합 $A = \{x \mid x$는 한 자리 자연수$\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 6, 9 는 포함하고 원소 2, 4, 8 은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$n(A) = 9$
$\therefore 2^{9-3-3} = 2^3 = 8$

3. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x$는 3 의 약수$\}$ 에서 집합 B 의 원소를 포함하는 A 의 부분집합을 모두 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3\}$

▷ 정답 : $\{1, 2, 3\}$

해설

집합 B 를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 1, 3을 원소로 포함하는 부분집합을 구하면 $\{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{1, a\}, B = \{2, 3, a-2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 집합 A, B 는 $A \cap B$ 를 포함한다.
$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 $\{1, 3\} \subset \{1, a\}$, $\{1, 3\} \subset \{2, 3, a-2\}$ 이다.
따라서 $a = 3$ 이다.

5. 다음은 수진, 영우, 희망이가 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 두 집합사이의 관계를 표현한 것이다. 바르게 표현한 사람은 누구인지 말하여라.

> 수진 : $A - B = \varnothing$
> 영우 : $A \cap B = A$
> 희망 : $B - A = \varnothing$

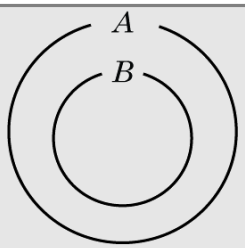
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 희망

해설

$B \subset A$ 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



따라서 $B - A = \varnothing$, $A \cap B = B$ 이다.

6. 다음은 문화재청에서 지정하는 천연기념물과 환경부에서 지정하는 멸종 위기 야생 동·식물의 일부분을 나타낸 것이다. 다음 자료를 바탕으로 천연기념물의 집합을 A , 멸종 위기 야생 동·식물의 집합을 B 라 할 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

> [천연기념물]
> 진돗개, 정이품송, 수달, 반달가슴곰, 사향노루, 올빼미, 두루미, 강진의 동백나무 숲
> [멸종 위기 야생 동·식물]
> 늑대, 여우, 표범, 수달, 반달가슴곰, 사향노루, 올빼미, 두루미, 풍란

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $A \cup B$ ={늑대, 여우, 표범, 진돗개, 정이품송, 수달, 반달가슴곰, 사향노루, 올빼미, 두루미, 강진의 동백나무숲, 풍란}

해설

A ={진돗개, 정이품송, 수달, 반달가슴곰, 사향노루, 올빼미, 두루미, 강진의 동백나무 숲},
B ={늑대, 여우, 표범, 수달, 반달가슴곰, 사향노루, 올빼미, 두루미, 풍란}이다.
따라서 $A \cup B$ ={늑대, 여우, 표범, 진돗개, 정이품송, 수달, 반달가슴곰, 사향노루, 올빼미, 두루미, 강진의 동백나무숲, 풍란}이다.

7. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, f\}$ 에 대하여 $n(A - B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A - B = \{a, c, e\}$

8. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

① 우리 반에서 똑똑한 학생의 모임

② 10 이하의 자연수 중에서 1 보다 작은 수의 모임

③ 대한민국에서 키가 가장 큰 사람의 모임

④ 100 이하의 수 중에서 50 에 가까운 수의 모임

⑤ 세계에서 성공한 사람들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로 ②, ③번만 집합이다.

9. 다음 중 집합 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$를 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① $\{x \mid x$는 9 이하의 홀수$\}$

② $\{x \mid x$는 10 이하의 홀수$\}$

③ $\{x \mid x$는 11 미만의 홀수$\}$

④ $\{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 9 이하의 자연수 중 2로 나누었을 때 나머지가 1인 수$\}$

해설

④ $\{1, 3, 5, 7\}$

10. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 15 이하의 소수$\}$, $B = \{a, 3, 5, 2, 13, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, 소수는 1 보다 큰 자연수 중에 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이고

$B = \{2, 3, 5, 13, a, b\}$ 이므로

$\therefore\ a+b = 7+11 = 18$ 이다.

11. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① $A \subset B$ 이면, $n(A) \le n(B)$ 이다.

② $A \subset B$ 이고, $A \neq B$ 이면, $n(A) < n(B)$ 이다.

③ $n(A) < n(B)$ 이면, $A \not\subset B$ 이다.

④ $A = \{x \mid x$는 1보다 작은 자연수$\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

⑤ $B = A$ 이면 $n(A)$ 와 $n(B)$ 는 같다.

해설

③ 반례: $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 3, 5\}$

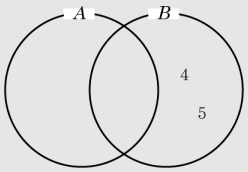
12. 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$, $B - A = \{4,5\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 3, 하상]

① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{1,2\}$

④ $\{1,2,3\}$ ⑤ $\{4,5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 집합 $A = \{1,2,3\}$ 이다.



13. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B = \{5,6,7,9,11\}$, $C = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 에 대하여 $(C \cap A) \cup B$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{1,2,4,8\}$, $C = \{1,2,3,4,6,12\}$ 가 된다.
먼저 C 와 A 의 교집합을 구해보면 $C \cap A = \{1,2,4\}$ 이고 B와 합집합을 구하면 $(C \cap A) \cup B = \{1,2,4,5,6,7,9,11\}$ 이 된다. 가장 큰 원소는 11 이다.

14. 두 집합 $A = \{a+1,\ 4,\ 5\}$, $B = \{a,\ 3,\ 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3,\ 5\}$ 일 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3 \in A$ 이므로 $a+1 = 3$

$\therefore a = 2$

15. 우리 반 학생 중에 장미를 좋아하는 학생은 8 명, 백합을 좋아하는 학생은 12 명이다. 둘 다 모두 좋아하는 학생이 6 명일 때, 장미만 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 명

해설

우리 반 학생을 U , 장미를 좋아하는 학생을 A , 백합을 좋아하는 학생을 B 라 하면
$n(A) = 8, n(B) = 12, n(A \cap B) = 6$ 이다.
따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 6 = 2$(명) 이다.
따라서 장미만 좋아하는 학생은 2 명이다.

16. 집합 $A = \{x|x$는 32의 약수$\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

① $\varnothing \subset A$

② $16 \notin A$

③ A 는 무한집합이다.

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{x|x$는 8의 약수$\} \subset A$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$
① $\varnothing$ 는 모든 집합의 부분집합
② $16 \in A$
③ A 는 유한집합
④ $n(A) = 6$
⑤ $\{x|x$는 8의 약수$\} = \{1, 2, 4, 8\} \subset A$

17. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\{x \mid x$는 3의 약수 $\} \subset \{1,\ 2,\ 3\}$

㉡ $\{a,\ b\} \in \{a,\ b,\ c\}$

㉢ $0 \in \varnothing$

㉣ $\varnothing \in \{x \mid x$는 6의배수$\}$

㉤ $\varnothing \subset \{1\}$

㉥ $\varnothing \subset \varnothing$

[배점 3, 중하]

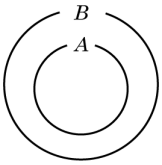
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉤
▷ 정답 : ㉥

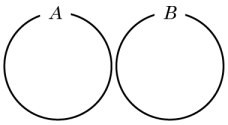
해설

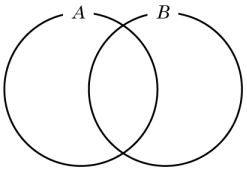
㉡ $\{a,\ b\} \in \{a,\ b,\ c\}$ 에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$ 를 써야한다.
㉢ $0 \in \varnothing$ 에서는 $\varnothing \subset \{0\}$ 이어야 한다.
㉣ $\varnothing \in \{x \mid x$는 6의 배수$\}$ 에서는 $\subset$ 를 써야한다.
㉥ 공집합$(\varnothing)$은 모든 집합의 부분집합이다.

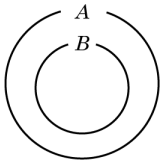
18. 다음 중 $B \subset A$ 인 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개)

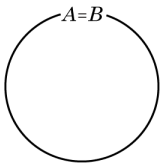
[배점 3, 중하]

① 

② 

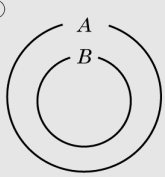
③ 

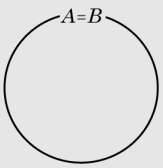
④ 

⑤ 

해설

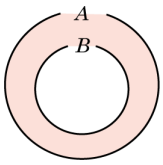
A 집합의 모든 원소가 B 집합의 원소가 되는 그림을 찾으면

④ 

와
⑤ 

뿐이다.

19. 두 집합 A, B에 대하여 아래 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 공집합이 아닐 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 3, 중하]

① $B \subset A$

② $B - A = \varnothing$

③ $2 \in A$이면 $2 \in B$이다.

④ $A \cap B = B$

⑤ $n(A) > n(B)$

해설

③ $A-B \neq \phi$이다. 예를 들면 $A = \{1, 2\}, B = \{1\}$ 이면 $2 \in A$이지만 $2 \notin B$이다.

20. 어느 아파트 단지 150가구 중 A 신문을 구독하는 가구는 70가구, B 신문을 구독하지 않는 가구는 69가구이다. 두 신문을 모두 구독하지 않는 가구가 16가구일 때, A 와 B 신문을 모두 구독하는 가구는 몇 가구인가?

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17가구

해설

A 신문을 구독하는 가구들의 집합을 A , B 신문을 구독하는 가구들의 집합을 B 라고 하면,

$n(U) = 150$, $n(A) = 70$, $n(B^c) = 69$, $n((A \cup B)^c) = 16$ 이므로

$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 150 - 16 = 134$

$n(B) = n(U) - n(B^c) = 150 - 69 = 81$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 70 + 81 - 134 = 17$

21. $n(A) = 30$, $n(B) = 25$ 이고, $A \cap B = \varnothing$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$A \cap B = \varnothing$ 이므로 $A - B = A$ 이다.

$n(A - B) = n(A) = 30$

22. 다음 글을 읽고, 승훈이가 초대한 초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

> 엄마 : 초대한 친구 중에 초등학교 친구와 중학교 친구는 각각 몇 명이니?
> 승훈 : 초등학교 친구 7명과 중학교 친구 5명요.
> 이 말을 들은 엄마는 12명이 먹을 수 있는 음식을 준비했다.
> (그 날 저녁)
> 친구들 : 안녕하세요.
> 엄마 : 어서들 와라. 그런데! 승훈아! 왜 10명이니? 안 온 사람 있니?
> 승훈 : 아니요. 제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 명

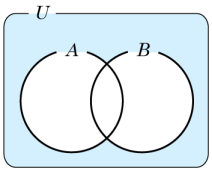
해설

승훈이가 초대한 초등학교 친구와 중학교 친구는 모두 10(명) 이다.

또한 초등학교와 중학교가 같은 친구는 $7+5-10 = 2$ (명) 이다.

따라서 초등학교 친구 중 중학교 친구가 다른 친구는 초등학교 친구 중 초등학교와 중학교가 같은 친구를 제외한 $7 - 2 = 5$ (명) 이다.

23. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 40$, $n(A) = 20$, $n(B) = 18$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7 개

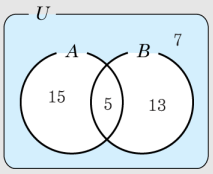
해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^C$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 18 - 5 = 33$

$\therefore n((A \cup B)^C) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 33 = 7$

[별해]



벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면 색칠된 부분의 원소의 개수는 7 개이다.

24. 각 자리의 숫자의 합이 5 보다 작은 두 자리 자연수의 집합을 A 라 할 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 30, 31, 40\}$

$n(A) = 10$

25. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

① $A = \varnothing$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.

③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$

④ $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$

⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

26. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 4, 중중]

① $n(\{2\}) < n(\{3\})$

② $A = \{1,\ 2,\ 3\}, B = \{1,\ 2\}$ 이면
$n(A) - n(B) = 3$ 이다.

③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \varnothing$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$

⑤ $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$ 이면
$n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$
② $A = \{1,\ 2,\ 3\}, B = \{1,\ 2\}$ 이면
$n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.
④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$
⑤ $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}, B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 이므로
$n(A) = n(B) = 4$

27. $A = \{x \mid x$는 32의 약수$\}$, $B = \{1,\ 4,\ 32,\ a,\ b,\ 2\}$ 인 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32\}$ 이고
$B = \{1,\ 2,\ 4,\ 32,\ a,\ b\}$ 이므로
$\therefore\ a + b = 8 + 16 = 24$ 이다.

28. 다음 집합 중 $A - B$ 와 다른 집합을 모두 고르면?(정답 2개)
[배점 4, 중중]

① $(A \cup B) \cap B^c$ ② $A - B^c$
③ $(A \cup B)^c$ ④ $A - (A \cap B)$
⑤ $A \cap B^c$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) \cap B^c$
이므로 다른 집합은 ②, ③이다.

29. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U) = 36, n(A - B) = 15, n(B) = 15, n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 6

해설

$n(A) - n(A \cap B) = n(A - B)$ 이므로 $n(A) = n(A \cap B) + n(A - B) = 3 + 15 = 18$ 이다.
따라서 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 18 + 15 - 3 = 33 - 3 = 30$ 이다.
$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 30 = 6$ 이다.

30. 두 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \{5, 6, 7\}\}$, $B = \{0, \varnothing, \{\varnothing\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
따라서 $n(A) = 4$, $n(B) = 3$ 이고, $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

31. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$A \subset C$, $B \subset C$, $C \subset E$, $D \subset E$

[배점 5, 중상]

① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.

② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.

③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다.

④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다.

⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다. → $D \subset B$, $B \not\subset D$ 일 수 있다.
④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다. → $E \subset D$ 이면, $D = E$ 이고 $A \subset E$ 이므로 $A \subset D$ 이다.
⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. → $B = C = E$ 일 수 있다.

32. 자연수를 원소로 하는 두 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$, $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가 있다. $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 32 , $A \cup B$ 의 원소의 합이 62 일 때, 집합 B 의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합 A 의 원소의 합을 빼고,

$A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면

집합 B 의 원소의 합이 되므로, 집합 B 의 원소의 합은 50 이다.

집합 A 의 원소의 합이

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32$ 이고,

$B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\}$ 이므로

집합 B 의 원소의 합은

$a_1 + b + a_2 + b + a_3 + b + a_4 + b + a_5 + b + a_6 + b = 32 + 6b$

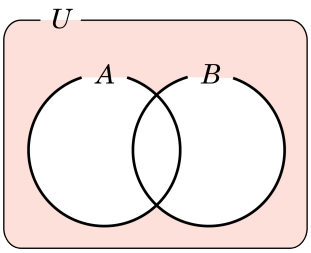
$32 + 6b = 50$ 이므로 $b = 3$ 이 된다.

교집합의 원소인 $4, 7, 9$ 는 집합 A 와 B 의 원소이므로 각각 3 을 더한 7 , 10 , 12 도 집합 B 의 원소가 된다.

또 집합 B 의 원소의 합이 50 이므로 4 , 7 , 9 , 10 , 12 와 8 이 된다.

$\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$

33. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 45$, $n(A) = 17$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, 색칠한 부분에 해당하는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다.

따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.

$n(A \cup B) = 17 + 24 - 8 = 33$ 이므로 $n(U) - n(A \cup B) = 45 - 33 = 12$ 이다.