

단원 형성 평가

1. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $3 \in A$ ② $4 \notin A$ ③ $6 \in A$
 ④ $9 \notin A$ ⑤ $11 \notin A$

해설

- ① $3 \notin A$
 ③ $6 \notin A$
 ④ $9 \in A$

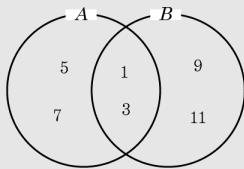
2. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이고 $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 24

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음 그림과 같다.



$\therefore B = \{1, 3, 9, 11\}$

집합 B 의 원소의 합은 $1 + 3 + 9 + 11 = 24$ 이다.

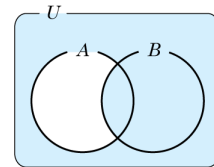
3. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) - C$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{4\}$ ② $\{2, 4\}$ ③ $\{4, 8\}$
 ④ $\{2, 8\}$ ⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 19$, $n(B) = 33$, $n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 41 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$ 에서

$$54 = 57 - n(A \cap B) \therefore n(A \cap B) = 3$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$$

$$\therefore n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$$

5. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{5, 7\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3, 9\}$ ② $\{1, 3, 5, 7\}$
 ③ $\{1, 3, 5, 9\}$ ④ $\{1, 3, 7, 9\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

해설

$(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 $\{1, 3, 9\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이다. 따라서 X 가 될 수 없는 집합은 $\{1, 3, 5, 7\}$ 이다.

6. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
 ③ $n(\{4\}) = 4$
 ④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
 ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
 ③ $n(\{4\}) = 1$
 ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
 ⑤ $n(\{3\}) = 1$

7. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하인 홀수}\}$, $B = \{1, a, 3, b, 9\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{1, a, 3, b, 9\}$$

$A = B$ 이므로 $a = 7, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 7$ 이다.

$$\therefore 7 + 5 = 12$$

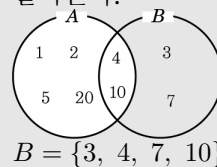
8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x|x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 이고, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 3, 5, 7, 20\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

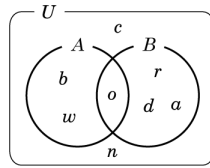
▷ 정답: $B = \{3, 4, 7, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려서 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 을 알아본다.



9. 다음 벤 다이어그램을 보고, A^c , B^c , $(A \cup B)^c$ 을 각각 원소나열법으로 나타내어라.



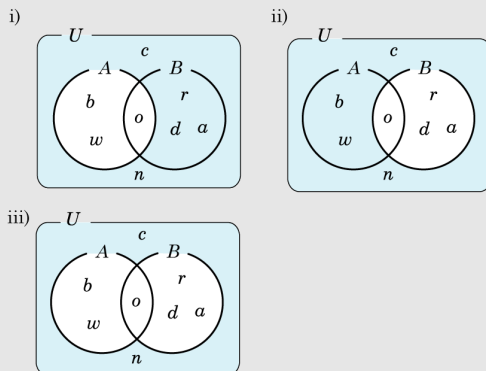
[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:

- ▷ 정답: $A^c = \{a, c, d, n, r\}$
▷ 정답: $B^c = \{b, c, n, w\}$
▷ 정답: $(A \cup B)^c = \{c, n\}$

해설

벤 다이어그램으로 색칠하면 다음과 같다.



10. 두 집합 $A = \{1, a, b, 15\}$, $B = \{2, 3a, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{3, 5\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
▶ 답:

- ▷ 정답: $a = 5$
▷ 정답: $b = 3$

해설

$A - B = \{3, 5\}$ 이므로 3과 5는 집합 A 의 원소이다. $3 \in A$, $5 \in A$ 이다.

따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$ 이다.

(i) $a = 3$ 이면 $b = 5$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{1, 5, 15\}$ 이므로 성립한다.

(ii) $a = 5$ 이면 $b = 3$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{3, 5\}$ 이므로 성립한다.

$\therefore a = 5, b = 3$

11. $A \subset B$ 이고 $n(A) = 17$, $n(B) = 35$ 일 때, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
▶ 답:

- ▷ 정답: $n(A \cap B) = 17$
▷ 정답: $n(A \cup B) = 35$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 이다.

$n(A \cap B) = n(A) = 17$

$n(A \cup B) = n(B) = 35$

12. $n(A) = 30$, $n(B) = 25$ 이고, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이므로 $A - B = A$ 이다.
 $n(A - B) = n(A) = 30$

13. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 2 \times n\}$,
 $B = \{x \mid x = 2 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $1 \notin B$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $8 \notin A$ ⑤ $7 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, ... 이고 집합 B 의 원소는 3, 5, 7, ... 이므로 $8 \in A$ 이다.

14. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$
 $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$
 $C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$
 이므로 $n(C) = 0$
 $\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 4, 중중]

- ① $n(\{2\}) < n(\{3\})$
 ② $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.
 ③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.
 ④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$
 ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면
 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

- ① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$
 ② $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ 이면
 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.
 ④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$
 ⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로
 $n(A) = n(B) = 4$

16. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\{0\} \subset A$ ㉡ $\emptyset \subset A$
 ㉢ $0 \notin A$ ㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$
 ㉤ $\{1\} \subset A$ ㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉥

해설

- ㉠ $\{0\} \not\subset A$
 ㉥ $A \subset \{2, 3, 1\}$

17. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 0 \leq x \leq 10 \text{인 자연수}\}$ 의 포함관계를 기호를 써서 나타내어라.

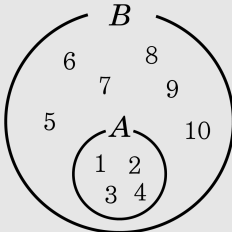
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $A \subset B$

해설

$B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
 벤 다이어그램을 그리면 아래와 같다.



18. 두 집합 $A = \{2, 5, 9, a\}$, $B = \{3, 7, b+2, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$ 이고,

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로

(i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로

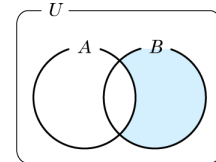
$B = \{1, 3, 5, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{5\}$ (×)

(ii) $b - 2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로

$B = \{3, 5, 7, 9\} \Rightarrow A \cap B = \{5, 9\}$ (○)

$\therefore a - b = 8 - 7 = 1$

19. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 것이 아닌 것은?



[배점 4, 중중]

① $B - A$

② $A^c \cap B$

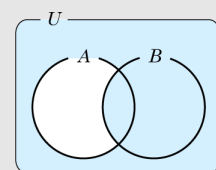
③ $A^c \cup B$

④ $B - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B) - A$

해설

③ $A^c \cup B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



20. 어느 반 학생 35 명을 대상으로 제주도 여행을 해 본 학생과 울릉도 여행을 해 본 학생 수를 조사하였다. 제주도 여행을 해 본 학생이 28 명, 울릉도 여행을 해 본 학생이 12 명, 제주도 여행과 울릉도 여행을 모두 못해 본 학생이 4 명일 때, 제주도 여행과 울릉도 여행 중 한 가지만 해 본 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 20 명 ② 21 명 ③ 22 명
④ 23 명 ⑤ 24 명

해설

$$\begin{aligned} n(U) &= 35, n(A) = 28, n(B) = 12, n((A \cup B)^c) = 4 \text{ 이다. } n(A \cup B) = \\ n(U) - n((A \cup B)^c) &= 35 - 4 = 31, \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) = \\ 28 + 12 - 31 &= 9 \text{ 이다.} \\ n((A - B) \cup (B - A)) &= n(A \cup B) - \\ n(A \cap B) &= 31 - 9 = 22 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

21. 우리 반 40 명의 학생 중 미술시간에 물감을 준비해 온 학생은 26 명, 색연필을 준비해 온 학생은 23 명, 아무것도 준비하지 않은 학생은 3 명이다. 물감과 색연필 두 가지를 모두 준비해 온 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 명

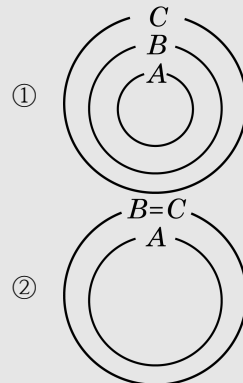
해설

$$\begin{aligned} n(U) &= 40, n(A) = 26, n(B) = 23 \\ n(A \cup B) &= 40 - 3 = 37 \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 이므로} \\ 37 &= 26 + 23 - n(A \cap B) \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } n(A \cap B) &= 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

22. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.
⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설



- ③ 예를 들어 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$
④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

23. 집합 $A = \{2, 4, 6, \{4, 6\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $1 \in A$
㉡ $\{2, 4\} \subset A$

㉢ $\{4\} \in A$
㉣ $\{4, 6\} \in A$

㉤ $n(A) = 5$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ $1 \notin A$
 ㉢ $\{4\} \subset A$
 ㉤ $\{4, 6\}$ 은 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

24. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x | x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 $(A-B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

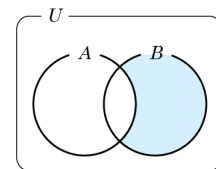
▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

$B = \{3, 4, 5\}$
 $(A-B) \cup X = X$ 이므로 $(A-B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$
 집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8$ (개)

25. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합이 아닌 것을 고르면?



[배점 5, 중상]

① $B - A$

② $A^c \cap B$

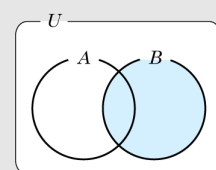
③ $(A \cup B) - A$

④ $B - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B) \cap B$

해설

⑤ $(A \cup B) \cap B = B$



26. 두 집합 $A = \{3, a+1, 9\}$, $B = \{a-1, a, a+3\}$ 에 대하여 $A - B = \{5, 9\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A - B = \{5, 9\}$ 이므로 $5 \in A$ 이다.

$$a + 1 = 5$$

$$\therefore a = 4$$

27. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A \cup B) = 38$, $n(A \cap B) = 9$, $n(B - A) = 16$ 일 때, $n((A - B)^C)$ 을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(A \cap B) - n(B - A)$$

$$= 38 - 9 - 16$$

$$= 13$$

$$n((A - B)^C) = n(U) - n(A - B) = 50 - 13 = 37$$

28. 진수네 반에서 동생이 있는 학생은 모두 25명이다. 이 중에서 남동생이 있는 학생이 18명, 여동생이 있는 학생이 15명이었다. 남동생과 여동생이 모두 있는 학생은 몇 명인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8명

해설

남동생과 여동생이 있는 집합을 각각 A, B 라 하면

$$n(A) = 18, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$$

$$n(A \cap B) = 18 + 15 - 25 = 8$$

29. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면 ? (정답 3개) [배점 5, 상하]

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 유리수는 무수히 많다.
- ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $\rightarrow [x]$ 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3 뿐이다.

30. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P|P \subset A\}$ 로 정의한다.
 $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P|P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.
 따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.
 $\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

31. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 서로 같은 집합을 고르면?

- | | |
|--------------|------------------|
| ㉠ A | ㉡ $B - A$ |
| ㉢ $A \cap B$ | ㉣ $\emptyset$ |
| ㉤ $A - B^c$ | ㉥ $A^c \cup B^c$ |

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$,
 $A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B = A$
 따라서 ㉠, ㉢, ㉤ 이 A 로 같다.

32. 우리 반 학생 36 명 중 개를 키우는 학생은 15 명, 고양이 키우는 학생은 18 명이다. 개만 키우는 학생이 8 명일 때, 개도 고양이도 키우지 않는 학생의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 명

해설

우리 반 학생의 집합을 U , 개를 키우는 학생의 집합을 A , 고양이를 키우는 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 36, n(A) = 15, n(B) = 18$
 $n(A - B) = 8$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로
 $8 = 15 - n(A \cap B), n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B)$
 $= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 7 = 26$
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 26 = 10$

33. 세 자리의 자연수 중에서 일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 A , 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 B , 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합을 C 라 할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

일의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합과 십의 자리 숫자가 4 의 배수인 수의 집합, 일의 자리의 숫자가 4 의 배수인 수의 집합의 교집합은 세 자리 모두 4 의 배수인 수로 이루어진 수의 집합이다.
 4 의 배수가 될 수 있는 한 자리 수는 0, 4, 8 이지만, 백의 자리에는 0 이 올 수 없다.
 $\therefore n(A \cap B \cap C) = 2 \times 3 \times 3 = 18$