

단원 형성 평가

1. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 50에 가까운 수의 모임
- ㉤ 유명한 축구 선수의 모임

[배점 3, 중하]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

- ㉣ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ㉤ ‘유명한’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

2. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: 3
- ▷ 정답: 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$
 $B \subset A$ 이므로 $a \in A$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

3. 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

- ① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.
- ② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

4. $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\})$ 을 구하여라.

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 2

해설

$n(\emptyset) = 0$, $n(\{0\}) = 1$, $n(\{\emptyset\}) = 1$
 $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 2$

5. $n(\{x|x \text{는 옷놀이의 명칭}\}) + n(\{0\}) - n(\emptyset)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

옷놀이의 명칭은 '도, 개, 걸, 옷, 모' 의 5개이고, $n(\{0\}) = 1$, $n(\emptyset) = 0$ 이므로 $n(\{x|x \text{는 옷놀이의 명칭}\}) + n(\{0\}) - n(\emptyset) = 5 + 1 - 0 = 6$ 이다.

6. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 $\in, \notin$ 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

- ㉠ $1 \notin A$ ㉡ $2 \in A$ ㉢ $3 \in A$
 ㉣ $4 \notin A$ ㉤ $5 \in A$ ㉥ $6 \notin A$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡, ㉥

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.
 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉥이다.

7. 다음 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$A = \{x | x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 9\}, C = \{x | x \text{는 9의 약수}\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$

$B = \{3, 9\}$

$C = \{1, 3, 9\}$

$\therefore B \subset C \subset A$

8. $A = \{x | x \text{는 32의 약수}\}, B = \{1, 4, 32, a, b, 2\}$ 인 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 이고

$B = \{1, 2, 4, 32, a, b\}$ 이므로

$\therefore a + b = 8 + 16 = 24$ 이다.

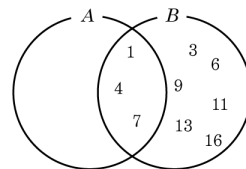
9. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수}\right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $n(A) = 4$
 ② 집합 A 의 원소들의 합은 7이다.
 ③ $8 \subset A$
 ④ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$
 ⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15개이다.

해설

$A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8\right\}$ 이므로
 $A = \left\{\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8}\right\} = \left\{4, 2, 1, \frac{1}{2}\right\}$
 ② 집합 A 의 원소들의 합은 $\frac{15}{2}$
 ③ $8 \notin A$
 ④ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

10. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 13, 16\}$, $A \cap B = \{1, 4, 7\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?(정답 2개)



[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 4, 7\}$ ② $\{1, 2, 4, 5, 7\}$
 ③ $\{1, 3, 4, 7, 9\}$ ④ $\{1, 4, 5, 7, 8\}$
 ⑤ $\{1, 3, 7, 9, 11\}$

해설

집합 A 는 반드시 $A \cap B = \{1, 4, 7\}$ 을 포함하여야 한다.

그러나 B 집합에만 존재하는 원소 3, 6, 9, 11, 13, 16은 들어갈 수 없다.
 ③ 3, 9가 포함되어서 옳지 않다.
 ⑤ 3, 9, 11이 포함되어서 옳지 않다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?
 [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{5, 10\}$ 이고 $(A \cup B)^c = \{1, 3, 7, 9\}$, $(A - B)^c = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$ 이다.
 따라서 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 25$, $n(B) = 16$, $A \cap B = B$ 일 때, $n(A \cup B)$ 와 $n(A - B)$ 의 값을 각각 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

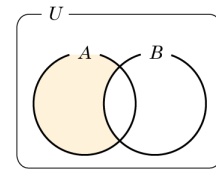
▶ 정답: $n(A \cup B) = 25$

▶ 정답: $n(A - B) = 9$

해설

$A \cap B = B$ 이므로 $B \subset A$,
 $n(A \cup B) = n(A) = 25$,
 $n(A - B) = n(A) - n(B) = 25 - 16 = 9$

13. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 50$, $n(A) = 20$, $n(B) = 20$, $n(A^c \cap B^c) = 12$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수를 구하여라.



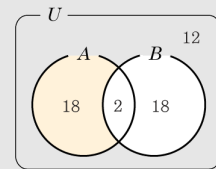
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 18개

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 18이다.



14. 3학년 3반 33 명의 학생 중에서 컴퓨터를 가지고 있는 학생이 25 명, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생이 10 명, 컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3 명이다. 컴퓨터와 홈페이지를 모두 가지고 있는 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 3명 ② 5명 ③ 7명
④ 9명 ⑤ 11명

해설

컴퓨터를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생을 집합 B 라 하자.

컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3 명이므로 합집합의 원소의 개수는 $33 - 3 = 30$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 25 + 10 - x$$

$$x = 5$$

15. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$$

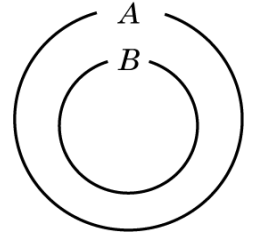
$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$$

이므로

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(A \times B) = 7$$

16. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 없는 것은?



[배점 5, 중상]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$\textcircled{1} \{1, 2, 3, 6\} \subset A$$

$$\textcircled{2} \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \subset A$$

$$\textcircled{3} \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \subset A$$

$$\textcircled{4} \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \not\subset A$$

$$\textcircled{5} B = A$$

17. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}$, $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X+Y$ 의 원소에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9개

해설

$X+Y$ 가 20 이하인 수는

$x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고

$x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고

$x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

18. $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $n(A \cup B) = 5$
 ② $n(A \cap B) = 4$
 ③ $n(A \cap B^c) = 1$
 ④ $n(B^c - A) = 13$
 ⑤ $n(A - B) + n(B - A) = 3$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- ① $n(A \cup B) = n(\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}) = 6$
 ② $n(A \cap B) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$
 ③ $n(A \cap B^c) = n(\{8\}) = 1$
 ④ $n(B^c - A) = n(\{6, 7, 9, 10, 11, \dots, 20\})$
 $= 14$
 ⑤ $n(A - B) + n(B - A)$
 $= n(\{8\}) - n(\{3, 5\})$
 $= 1 - 2 = -1$

19. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$, $C = \{x \mid x = 2 \times n + 1, n = 0, 1\}$ 에 대하여 A, B, C 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$
 ⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$B = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 3\}$

따라서 $C \subset B \subset A$ 의 포함 관계가 성립한다.

20. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = \{7, 11\}$
 ② $A \cap B^c = \{2\}$
 ③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$
 ④ $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$
 ⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,

$A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$

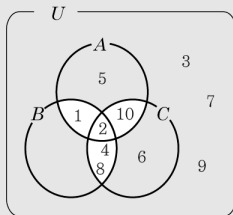
- ② $A \cap B^c = A - B = \{2\}$
 ③ $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$
 ④ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$
 ⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$

21. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일
 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합은? [배점 5, 중상]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로
 벤 다이어그램으로 나타내면



가 되어 $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 이
 다. 따라서 원소의 합은 40 이다.

23. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로
 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을
 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로
 집합 A 를 구하면,

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$$

$$a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = \frac{9}{4}, a_5 = \frac{81}{16} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$$

22. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$
 ② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
 ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$
 ④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$
 ⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

- ① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
 ③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$
 ④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

24. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면 ? (정답 3개) [배점 5, 상하]

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 유리수는 무수히 많다.
- ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $\rightarrow [x]$ 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3 뿐이다.

25. $n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset) = 4 \times 2 - 0 = 8$$

26. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠ $\{a\} \subset S$
- ㉡ $\{b\} \in S$
- ㉢ $\{b, c, d\} \in S$
- ㉣ $c \in S, d \in S$
- ㉤ $\{c, d\} \subset S$
- ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

해설

- 집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는 $\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.
- ㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 - ㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.
 - ㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.
 - ㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
 - ㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.
 - ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.
- 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

27. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A_n = \{x|x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은 ? [배점 5, 상하]

- ① $A_4 \subset A_2$
- ② $A_6 \subset A_2$
- ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$
- ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$
- ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

해설

- ① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4의 배수는 2의 배수이므로 옳다.
- ② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6의 배수는 2의 배수이므로 옳다.
- ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2와 5의 공배수의 집합은 10의 배수의 집합과 같으므로 옳다.
- ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.
- ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2의 배수에서 3의 배수를 제외한 것은 6의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.

28. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각 $A = \{x|x = p + 2q, p \in N, q \in N\}$, $B = \{x|x \text{는 보다 큰 자연수}\}$ 일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} A &= \{x|x = p + 2q, p \in N, q \in N\} = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\} \\ B &= \{x|x \text{는 두 자리 자연수}\} = \{10, 11, 12, 13, \dots\} \\ (A^c \cup B)^c &= A \cap B^c = A - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \\ \text{이므로} \\ n(A^c \cup B)^c &= 7 \end{aligned}$$

29. 집합 $U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = U$ 이고, A 의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$\begin{aligned} U &= \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\} \\ A \cap B &= \emptyset, A \cup B = U \text{ 집합 } A, B \text{ 는 서로소이고, 전체집합 } U \text{ 의 모든 원소를 나누어 가진다.} \\ \text{전체집합 } U \text{ 의 모든 원소의 합은 } 1+2+3+\dots+10 &= 55 \text{ 이고,} \\ A \text{ 의 모든 원소의 합은 } 15 \text{ 이므로} \\ \text{집합 } B \text{ 의 모든 원소의 합은 } 55 - 15 &= 40 \end{aligned}$$

30. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합 $A = \{x|x < 10\}$, $B = \{x|x^2 - 1 = 3n, x \in A, n \in N\}$ 에 대하여 $n(A \cap B^c)$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A, B 는 자연수 전체 집합의 부분집합이므로
 $A = \{x|x < 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
 $B = \{x|x^2 - 1 = 3n, x \in A, n \in N\} = \{2, 4, 5, 7, 8\}$,
 $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 6, 9\}$,
따라서, $n(A \cap B^c) = 4$

31. 집합 $S = \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 가 다음과 같은 조건을 만족할 때, 집합 A 의 개수를 구하여라.

$$\bullet x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{x} \in A$$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 개

해설

주어진 집합은 원소의 역수가 반드시 A 의 원소가 되어야 하는 조건을 가진다.

$\left(\frac{1}{4}, 4\right), \left(\frac{1}{3}, 3\right), \left(\frac{1}{2}, 2\right), (1, 1)$ 은 역수 관계에 있는 두 수의 쌍이다.

(1) 원소의 개수가 1 개인 집합 : $\{1\} \Rightarrow 1$ 개

(2) 원소의 개수가 2 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(3) 원소의 개수가 3 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, 1, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, 1, 3\right\}, \left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\} \Rightarrow 3$ 개

(4) 원소의 개수가 4 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$ 개

(5) 원소의 개수가 5 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1, 3, 4\right\}, \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\} \Rightarrow 3$ 개

(6) 원소의 개수가 6 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

(7) 원소의 개수가 7 개인 집합 : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\right\} \Rightarrow 1$ 개

따라서 집합 A 의 개수는 $1+3+3+3+3+1+1=15$ (개)

32. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{x|x \leq 7, x \in U\}$ 일 때, $n(A \cap B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 64 개

해설

$U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,

$A = \{x|x \leq 7, x \in U\} = \{2, 3, 5, 7\}$,

$n(A \cap B) = 3 \rightarrow$ 집합 B 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 중에 세 수를 포함하고 나머지 하나는 반드시 포함하지 않는 U 의 부분집합이다.

(1) 2, 3, 5 는 반드시 포함하고, 7 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(2) 2, 3, 7 은 반드시 포함하고, 5 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(3) 2, 5, 7 은 반드시 포함하고, 3 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

(4) 3, 5, 7 은 반드시 포함하고, 2 는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{8-3-1} = 16$ (개)

따라서 집합 B 의 개수는 $16 \times 4 = 64$ (개)

33. 세 집합 A, B, C 사이에 $A - B = A$, $B - C = B$, $C - A = C$ 이 성립한다. 집합 A, B, C 의 부분집합의 개수의 총합이 44 개일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 개

해설

$A - B = A$, $B - C = B$, $C - A = C$ 이면, A, B, C 중 임의의 두 집합 사이의 교집합은 모두 공집합이다.

그러므로 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$, $n(A) = a$, $n(B) = b$, $n(C) = c$ 라고 할 때 $2^a + 2^b + 2^c = 44$,

3 개의 2 의 거듭제곱수의 합이 44 가 되는 경우는 $2^2 + 2^3 + 2^5 = 4 + 8 + 32 = 44$ 의 한 가지 경우 뿐이므로 $a + b + c = 10$

따라서 $n(A \cup B \cup C) = 10$