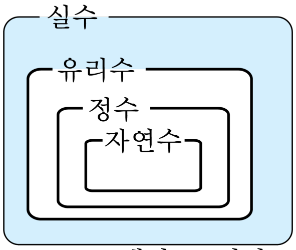
단원 테스트

1. 다음 보기 중 벤 다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 원소는?



[배점 3, 하상]

① $(-\sqrt{0.3})^2$ ② $-\sqrt{1}$ ③ $\sqrt{3.\dot{9}}$

④ $\sqrt{\left(-\frac{2}{7}\right)^2}$ ⑤ $\sqrt{6}-\sqrt{4}$

해설

①$(-\sqrt{0.3})^2 = 0.3$ ②$-\sqrt{1} = -1$

③$\sqrt{3.\dot{9}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$ ④$\frac{2}{7}$

2. 다음 부등식을 만족하는 자연수 x 는 몇 개인가?

$-4 < -\sqrt{x} \leq -1$ [배점 3, 하상]

① 12개 ② 13개 ③ 14개

④ 15개 ⑤ 16개

해설

$1 \leq \sqrt{x} < 4$

$1^2 \leq (\sqrt{x})^2 < 4^2$ 이므로

$1 \leq x < 16$

x 는 1 부터 15 까지의 자연수로 15개이다.

3. $A \cap B = \left\{x | \sqrt{3} < x < 3\sqrt{5}\text{인 자연수}\right\}$ 일 때, $n(A \cap B)$의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$A \cap B = \{x | x \in A$ 그리고 $x \in B\} = \{x | \sqrt{3} < x < 3\sqrt{5}$인 자연수$\}$ 가 성립한다.

따라서 $\sqrt{3} < x < 3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ 이므로

$3 < x^2 < 45$ 이고, 이를 만족하는 자연수 x 는 $2, 3, 4, 5, 6$ 이다.

따라서 $n(A \cap B) = 5$이다.

4. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $4-\sqrt{2} < 2$

② $2-\sqrt{7} < \sqrt{3}-\sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} > -4$

④ $-\sqrt{3}-\sqrt{10} < -\sqrt{10}-3$

⑤ $\sqrt{2}+1 > \sqrt{3}+1$

해설

① $4-\sqrt{2}-2 = 2-\sqrt{2} = \sqrt{4}-\sqrt{2} > 0$

$\therefore\ 4-\sqrt{2} > 2$

② $2-\sqrt{7}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right) = 2-\sqrt{3} = \sqrt{4}-\sqrt{3} > 0$

$\therefore\ 2-\sqrt{7} > \sqrt{3}-\sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15}-(-4) > 0$

④ $-\sqrt{3}-\sqrt{10}-\left(-\sqrt{10}-3\right) = -\sqrt{3}+3$

$= -\sqrt{3}+\sqrt{9} > 0$

$\therefore\ -\sqrt{3}-\sqrt{10} > -\sqrt{10}-3$

⑤ $\sqrt{2}+1-\left(\sqrt{3}+1\right) = \sqrt{2}-\sqrt{3} < 0$

$\therefore\ \sqrt{2}+1 < \sqrt{3}+1$

5. $a < b < 0 < c$ 일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{4(c-a)^2}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 2b - 3c$

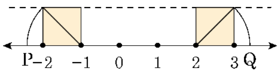
해설

$a - b < 0$, $b - c < 0$, $c - a > 0$

(준식) $= -a + b + (b - c) - 2(c - a)$

$= a + 2b - 3c$

6. 아래 수직선에서 점 P, Q 의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?



[배점 3, 중하]

① 0 ② 1 ③ 3

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$

점 P 의 좌표 $a = -1 - \sqrt{2}$, 점 Q 의 좌표 $b = 2 + \sqrt{2}$ 이므로

$a + b = -1 - \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = 1$

7. 다음 설명 중에서 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.

② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.

③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.

④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.

③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.

④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

8. 다음 표의 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수들을 찾아 색칠하여라. 또 그 수들이 나타내는 수를 아래쪽에 색칠하여 두 그림이 나타내는 수를 말하여라.

$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{20}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{8}$

−5	6	3	0	25
−10	−0.3	16	8	11
−1	7	9	0.1	−4
15	10	−10	−6	−13
−7	2	0.3	5	12

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{20}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{8}$

−5	6	3	0	25
−10	−0.3	16	8	11
−1	7	9	0.1	−4
15	10	−10	−6	−13
−7	2	0.3	5	12

9. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

① 1 과 2 사이에 1 개의 유리수가 있다.

② $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 정수가 없다.

③ 0과 5 사이에는 정수가 6 개 있다.

④ 0과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

⑤ (무리수) − (무리수) = (무리수) 가 된다.

해설

① × 1 과 2 사이에 무수히 많은 유리수가 있다.
② × $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 -2 가 있다.
③ × 0 과 5 사이에는 정수가 4개 있다.(1, 2, 3, 4 로 4개 있다.)
④ ○ 0 과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
⑤ × (무리수) − (무리수) 는 무리수가 될 수도 있고 유리수가 될 수도 있다.

10. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{90} < 10$ ㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$

㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$ ㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$ ㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.
㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

11. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는? [배점 4, 중중]

① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리x 값은
$\sqrt{11+x} = \sqrt{81}$ $\therefore x = 70$
$\sqrt{11+x} = \sqrt{100}$ $\therefore x = 89$
$\sqrt{11+x} = \sqrt{121}$ $\therefore x = 110$ (세 자리 수 이므로)
따라서 $x = 89$ 이다.

12. 두 부등식 $2 < \sqrt{x-3} < 3$, $4 < \sqrt{2x} < 5$ 의 값을 모두 만족하는 정수 x 의 값들을 모두 합하면? [배점 4, 중중]

① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

해설

$2 < \sqrt{x-3} < 3$
$4 < x-3 < 9$
$7 < x < 12$
$x = 8,\ 9,\ 10, 11$
$4 < \sqrt{2x} < 5$
$16 < 2x < 25$
$8 < x < 12.5$
$x = 9, 10, 11, 12$
두 부등식을 동시에 만족하는 x 값은 $9, 10, 11$
$\therefore 9 + 10 + 11 = 30$

13. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$ 을 간단히 하면? [배점 4, 중중]

① $-10a$ ② $-7a$ ③ $-4a$

④ $2a$ ⑤ $3a$

해설

$\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$
$= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$
$= -2a - (-3a) + (-5a)$
$(\because a < 0$이므로 $2a < 0, -3a > 0, -5a > 0)$
$= -2a + 3a - 5a = -4a$

14. 다음 세 수를 큰 수부터 차례로 나열한 것으로 옳은 것은?

$\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\sqrt{\frac{3}{121}}$, $\sqrt{0.75}$

[배점 4, 중중]

① $\sqrt{\frac{3}{121}}$, $\sqrt{0.75}$, $\frac{\sqrt{3}}{6}$
② $\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\sqrt{0.75}$, $\sqrt{\frac{3}{121}}$
③ $\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\sqrt{\frac{3}{121}}$, $\sqrt{0.75}$
④ $\sqrt{0.75}$, $\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\sqrt{\frac{3}{121}}$
⑤ $\sqrt{0.75}$, $\sqrt{\frac{3}{121}}$, $\frac{\sqrt{3}}{6}$

해설

$\sqrt{\frac{3}{121}} = \sqrt{\frac{3}{11^2}} = \frac{\sqrt{3}}{11}$,
$\sqrt{0.75} = \sqrt{\frac{75}{100}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 3}{10^2}} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
$\frac{\sqrt{3}}{2} > \frac{\sqrt{3}}{6} > \frac{\sqrt{3}}{11}$

15. 제곱근 $\sqrt{(-4)^2}$ 를 A , $\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근을 B 라 할 때, AB 의 값은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1
④ -1 ⑤ -2

해설

$\sqrt{(-4)^2} = 4$
(제곱근 4)$= \sqrt{4} = 2 = A$
($\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근)$= -\frac{1}{2} = B$
$\therefore\ AB = 2 \times (-\frac{1}{2}) = -1$

16. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은? [배점 4, 중중]

① $\sqrt{0.49}$ ② $\sqrt{121}$ ③ $\sqrt{1}$
④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$ ⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$
② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$
④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$
⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

17. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는? [배점 5, 중상]

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

해설

$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$
$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$
x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다.
($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)
$\therefore \sqrt{4x-3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.
$\therefore x = 13$

18. $\sqrt{120-x}-\sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다.
$\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x=20$ 이어야 한다.

19. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $a>0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2}=a$ 이다.

② $a<0$일 때, $-\sqrt{(-a)^2}=a$

③ $a>0$ 일 때, $\sqrt{16a^2}=4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2}=|a|$ 이다.

⑤ $a<0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2}=3a$ 이다

해설

① $a>0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2}=a$
② $a<0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$
③ $a>0$ 일 때, $\sqrt{16a^2}=4a$
④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2}=|a|$
⑤ $a<0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2}=-3a$

20. 두 실수 a,b 가 $a=\sqrt{8}-3$, $b=-\sqrt{7}+\sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $a-b>0$

② $b-a<0$

③ $b+\sqrt{7}>3$

④ $ab>0$

⑤ $a+1>0$

해설

① $a-b=\sqrt{8}-3-\left(-\sqrt{7}+\sqrt{8}\right)=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$
$\therefore\ a-b<0$
② $b-a=-\sqrt{7}+\sqrt{8}-\left(\sqrt{8}-3\right)=-\sqrt{7}+3=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$
$\therefore\ b-a>0$
③ (좌변)$=b+\sqrt{7}=-\sqrt{7}+\sqrt{8}+\sqrt{7}=\sqrt{8}$
(우변)$=3=\sqrt{9}$
$\therefore\ b+\sqrt{7}<3$
④ $a=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$
$b=\sqrt{8}-\sqrt{7}>0$
$\therefore\ ab<0$
⑤ $a+1=\left(\sqrt{8}-3\right)+1=\sqrt{8}-2=\sqrt{8}-\sqrt{4}>0$
$\therefore\ a+1>0$