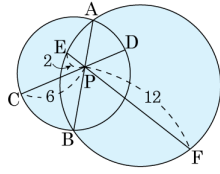


확인학습문제

1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 위의 한 점 P를 지나는 두 직선이 원과 만나는 점을 각각 C, D, E, F라고 할 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

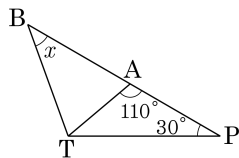
▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$2 \times 12 = 6 \times \overline{PD} \therefore \overline{PD} = 4$$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle PTB$ 에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



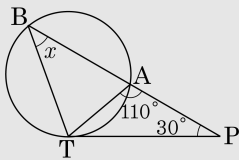
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 40°

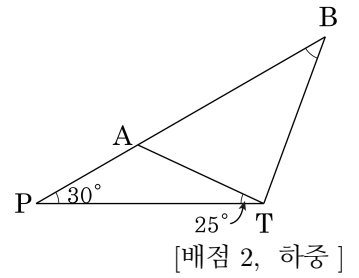
해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 다음 그림과 같이 $\overline{PT}$ 는 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.



$$\therefore \angle x = \angle PTA = 180^\circ - (110^\circ + 30^\circ) = 40^\circ$$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle PTB$ 에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 가 성립할 때, $\angle ABT$ 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

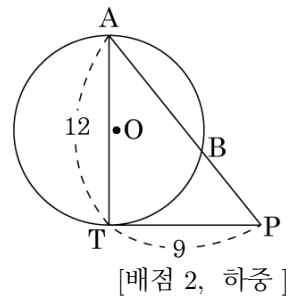
▶ 정답 : 25°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 다음 그림과 같이 $\overline{PT}$ 는 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.

$$\therefore \angle ABT = \angle PTA = 25^\circ$$

4. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고, $\overline{AT}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{AP}$ 가 원 O와 만나는 점을 B라고 할 때, $\overline{PB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{5}$

해설

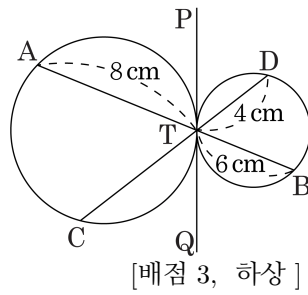
$$\overline{PA}^2 = 12^2 + 9^2 \text{ 이므로 } \overline{PA} = 15$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \times \overline{PA}$$

$$9^2 = \overline{PB} \times 15$$

$$\therefore \overline{PB} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}$$

5. 다음 그림에서 $\vec{PQ}$ 가 두 원에 공통으로 접하는 접선일 때, $\overline{CT}$ 의 길이는?

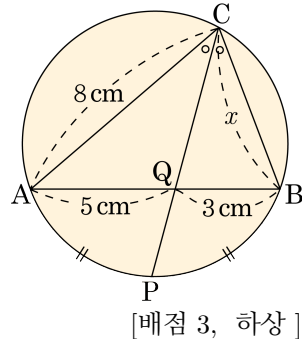


- ① $\frac{10}{3}$ cm ② 4 cm ③ $\frac{14}{3}$ cm
 ④ $\frac{16}{3}$ cm ⑤ 6 cm

해설

$$\begin{aligned} \angle TAC &= \angle TBD, \angle TCA = \angle TDB \\ 8 : 6 &= \overline{CT} : 4 \\ 6\overline{CT} &= 32 \\ \therefore \overline{CT} &= \frac{16}{3} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $\widehat{AP} = \widehat{BP}$ 일 때, $\overline{CB}$ 의 길이를 구하면? ($\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{AQ} = 5\text{cm}$, $\overline{BQ} = 3\text{cm}$)

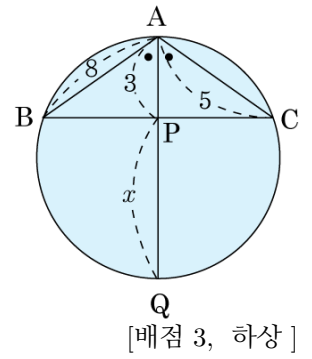


- ① $\frac{22}{5}$ cm ② $\frac{23}{5}$ cm ③ $\frac{24}{5}$ cm
 ④ 5 cm ⑤ $\frac{26}{5}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{AC} : \overline{BC} &= \overline{AQ} : \overline{BQ} \\ 8 : x &= 5 : 3 \\ 5x &= 24 \\ \therefore x &= \frac{24}{5} \text{ cm} \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 x 의 값은?

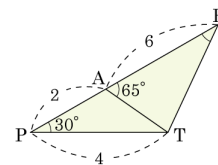


- ① 9 ② 10 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ $\frac{31}{3}$

해설

$$\begin{aligned} 3(3 + x) &= 5 \times 8 \\ \therefore x &= \frac{31}{3} \end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{PT} = 4$ 이고 $\angle APT = 30^\circ$, $\angle BAT = 65^\circ$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기는?

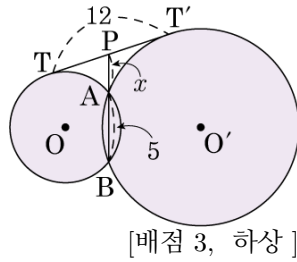


- ① 30° ② 35° ③ 40°
 ④ 45° ⑤ 50°

해설

$$\begin{aligned} \overline{PT}^2 &= \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow 4^2 = 2 \times 8 \text{ 이 성립하므로} \\ \overline{PT} &\text{는 원의 접선이다.} \\ \text{따라서, } \angle ABT &= \angle ATP = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ \text{ 이다.} \end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 $\overline{TT'}$ 은 두 원 O, O' 에 공통으로 접할 때, x 의 값을 구하면?

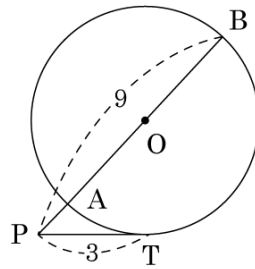


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT'}^2$ 이므로 $\overline{PT} = \overline{PT'} = 6$ 이고, $36 = x(x + 5)$ 이므로 $x = 4$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 T 는 접점이다. $\overline{PT} = 3$, $\overline{PB} = 9$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는? [배점 3, 하상]



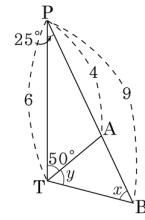
- ① 1 ② 2 ③ 3

- ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AO} = x$ 라 하면 $3^2 = (9 - 2x) \times 9$
 $\therefore x = 4$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle PTB$ 에서 $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 50^\circ$

▷ 정답: $y = 55^\circ$

해설

$6^2 = 4 \times 9$, 즉 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 다음 그림과 같이 $\overline{PT}$ 는 세 점 A, B, T 를 지나는 원의 접선이다.

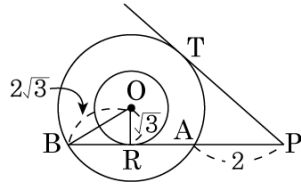
$\therefore \angle x = \angle PTA = 50^\circ$

$\angle y + 50^\circ = \angle PAT = 180^\circ - 25^\circ - 50^\circ = 105^\circ$

$\therefore \angle y = 105^\circ - 50^\circ = 55^\circ$

12. 다음 그림에서 두 직선

PT, PR은 반지름의 길이가 각각 $2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ 인 두 동심원의 접선이고 두 점 T, R 은 접점이다. $\overline{PA} = 2$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

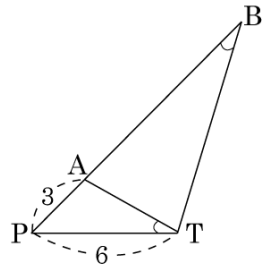
▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}\overline{BR} &= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{12 - 3} \\ &= \sqrt{9} = 3 \\ \overline{BR} &= \overline{AR} = 3 \text{ 이므로} \\ \overline{PT}^2 &= \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } \overline{PT}^2 = 2 \times 8 \\ \overline{PT}^2 &= 16 \\ \therefore \overline{PT} &= 4 (\overline{PT} > 0)\end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 $\angle ABT = \angle PTA$ 이고, $\overline{PT} = 6$, $\overline{PA} = 3$ 이다. 이때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

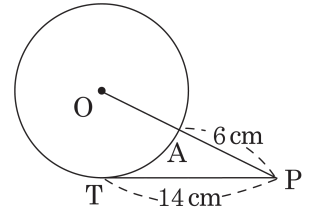
▶ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned}\angle ABT &= \angle PTA \text{ 이므로 } \overline{PT} \text{ 는 세 점 A, B, T 를} \\ &\text{지나는 원의 접선이다.} \\ \overline{PT}^2 &= \overline{PA} \cdot \overline{PB} \text{ 이므로} \\ 6^2 &= 3 \times (3 + \overline{AB}), 36 = 9 + 3\overline{AB} \\ \therefore \overline{AB} &= 9\end{aligned}$$

14. 다음 그림은 원 O 의 접선

PT 와 접점 T 를 나타낸 것이다. $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\overline{PT} = 14\text{cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



[배점 3, 중하]

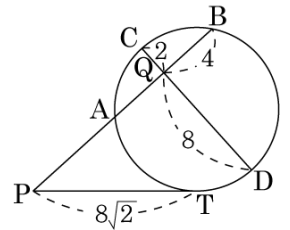
- ① $\frac{38}{3}$ cm ② $\frac{40}{3}$ cm ③ $\frac{41}{3}$ cm
④ $\frac{43}{3}$ cm ⑤ $\frac{44}{3}$ cm

해설

반지름의 길이를 x cm 라고 하면

$$\begin{aligned}14^2 &= 6(6 + 2x) \\ 196 &= 36 + 12x \\ 12x &= 160 \\ \therefore x &= \frac{40}{3} (\text{cm})\end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 점 T는 접점이다. 이때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

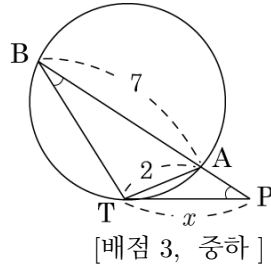
▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned}\overline{AQ} \times 4 &= 2 \times 8, \overline{AQ} = 4 \\ \overline{PA} &= x \text{ 라 하면 } (8\sqrt{2})^2 = x(x + 8) \\ 128 &= x^2 + 8x, x^2 + 8x - 128 = 0 \\ (x + 16)(x - 8) &= 0 \\ \therefore x &= 8 (\because x > 0)\end{aligned}$$

16. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길이는 얼마인가?



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

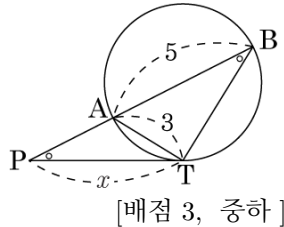
$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{PA} = \overline{AT} = 2, x^2 = 2 \times 9$$

$$x^2 = 18$$

$$\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$$

17. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 이다. $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $2\sqrt{6}$

해설

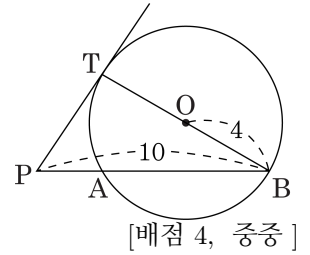
$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{PA} = \overline{AT} = 3, x^2 = 3 \times 8$$

$$x^2 = 24$$

$$\therefore x = 2\sqrt{6} (\because x > 0)$$

18. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고 $\overline{TB}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{OB} = 4$, $\overline{PB} = 10$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{18}{5}$

해설

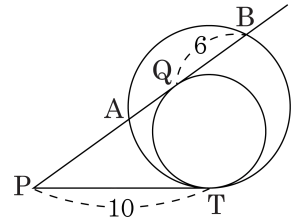
$\triangle PTB$ 에서 $\angle PTB = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$$

$$36 = \overline{PA} \cdot 10 \therefore \overline{PA} = \frac{18}{5}$$

19. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 의 길이는? (단, T, Q 는 접점)
 [배점 4, 중중]



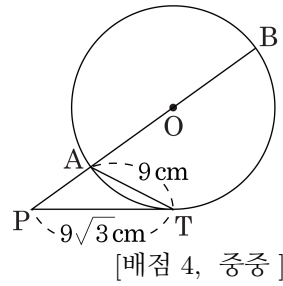
- ① 5 ② 8
 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$
 ⑤ $\frac{25}{6}$

해설

점 T, Q 가 접점이므로 $\overline{PQ} = \overline{PT} = 10$, $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$$10^2 = \overline{PA} \times 16 \therefore \overline{PA} = \frac{100}{16} = \frac{25}{4}$$

20. 다음 그림과 같이 원의 외부에 있는 한 점, P 에서 원 O 에 접선 PT 와 할선 PB 를 그었다. $\angle APT = \angle ATP$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



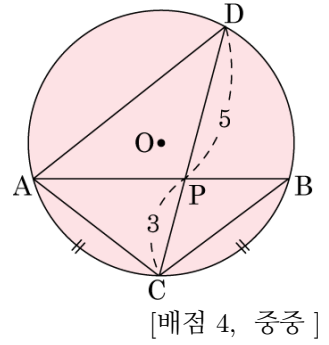
▶ 답 :

▷ 정답 : 18 cm

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면
 $(9\sqrt{3})^2 = 9(9 + 2r)$
 $27 = 9 + 2r$
 $\therefore r = 9 \text{ (cm)}$
 (지름) = 18(cm)

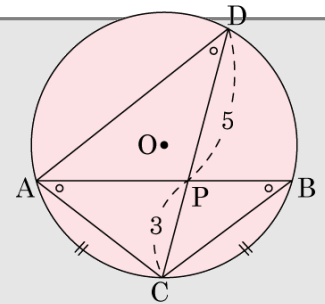
21. 다음 그림에서 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, $\overline{PC} = 3$, $\overline{PD} = 5$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설



$\triangle PAC \sim \triangle ADC$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{CP} : \overline{AC}$

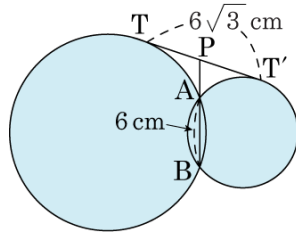
$\overline{AC} : 8 = 3 : \overline{AC}$

$\overline{AC}^2 = 3 \times 8$

$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{6}$ 이고 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BC} = 2\sqrt{6}$ 이다.

$2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$ 이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통인 현이고 $\overline{TT'}$ 는 공통인 접선이다. $\overline{TT'} = 6\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3cm

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT'}^2 \text{ 이므로 } \overline{PT} = \overline{PT'} = 3\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\overline{PA} = x\text{cm} \text{ 라면}$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$(3\sqrt{3})^2 = x \times (x + 6)$$

$$x^2 + 6x - 27 = 0$$

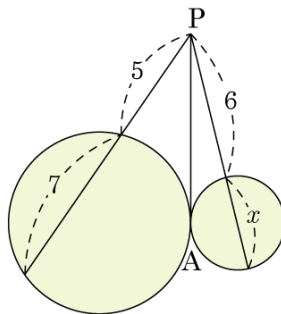
$$(x + 9)(x - 3) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 3$$

$$\text{따라서 } \overline{PA} = 3(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

23. 다음 그림에서 x 의 길이는? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

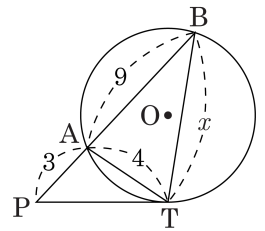


해설

$$6(6 + x) = 5(5 + 7)$$

$$\therefore x = 4$$

24. 다음 그림에서 직선 PT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PA} = 3$, $\overline{AB} = 9$, $\overline{AT} = 4$ 일 때, $\overline{BT}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① 5 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 17

해설

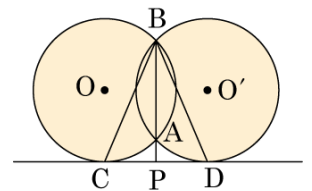
$$\overline{PT}^2 = 3 \times 12 = 36$$

$$\overline{PT} = 6$$

$$\triangle PAT \sim \triangle PTB \text{ 에서}$$

$$3 : 6 = 4 : x \quad \therefore x = 8$$

25. 다음 그림과 같이 두 원 O, O' 의 공통외접선 CD 와 공통현 AB 의 연장선이 점 P 에서 만난다. $\overline{PA} = 1\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \sqrt{30}\text{cm}$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① 10cm^2 ② $5\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$
④ $5\sqrt{5}\text{cm}^2$ ⑤ $2\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{CP} = \overline{PA} \times \overline{PB} = 5$$

$$\overline{CP} = \sqrt{5}\text{cm}$$

$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} =$$

$$2\sqrt{5}\text{cm}$$

$$\therefore \triangle CBD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5 = 5\sqrt{5}(\text{cm}^2)$$

