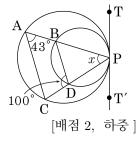
# 확인학습문제

다음 그림에서 직선 TT' 는 두 원의 공통인 접선이다.
 ∠PAC = 43°, ∠BDC = 100° 일 때, ∠x 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

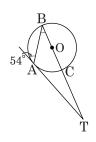
## 해설

 $\angle {\rm PBD} = \angle {\rm CPT}' = \angle {\rm PAC} = 43\,^{\circ}$  이므로  $\triangle {\rm BDP}$  에서

 $\angle PBD + \angle x = 43^{\circ} + \angle x = 100^{\circ}$ 

 $\therefore \angle x = 57^{\circ}$ 

**2.** 다음 그림을 보고 ∠ABT 의 크기는?



[배점 2, 하중]

① 33°

②  $34^{\circ}$ 

③ 35°

(4)36°

⑤ 37°

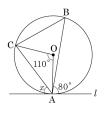
#### 해설

중심 O 와 점 A 를 이으면 ∠TAO = 90°

 $\angle BAO = 36^{\circ}, \overline{OA} = \overline{OB} \circ]$ 므로

∠ABT = 36° 이다.

**3.** 다음 그림에서 직선 l 이 원 O 의 접선일 때,  $\angle x$  의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 50°

② 53°

(3) 55°

④ 57°

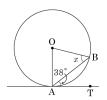
⑤ 59°

## 해설

 $\angle CBA = 110^{\circ} \times \frac{1}{2} = 55^{\circ}$ 

 $\therefore \angle x = \angle CBA = 55^{\circ}$ 

**4.** 다음 그림에서  $\overrightarrow{AT}$  는 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점 일 때,  $\angle x$  의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

답:

▷ 정답: 52°

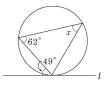
## 해설

ÂB 에 대한 원주각의 크기는 ∠BAT 와 같으므로

 $\angle AOB = 2\angle BAT = 76^{\circ}$ 

 $\therefore \angle x = (180^{\circ} - 76^{\circ}) \div 2 = 52^{\circ}$ 

**5.** 다음 그림에서  $\angle x$  의 크기를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① 49°
- ② 51°
- ③ 55°

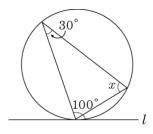
- 4 59°
- ⑤ 62°

## 해설

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

 $\angle x = 49^{\circ}$ 

**6.** 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선일 때,  $\angle x$  의 크기를 구하면?



[배점 3, 하상]

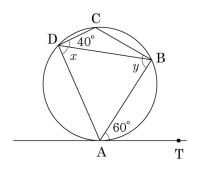
- ① 70°
- $\bigcirc$  75°
- (3) 80°

- 4 85°
- ⑤ 90°

## 해설

 $\angle x = 180^{\circ} - 100^{\circ} = 80^{\circ}$ 

7. 원 O 에서 ∠CDB = 40°, ∠BAT = 60°이고 직선 AT가 접선일 때, ∠x + ∠y = ( )°이다. 이 때,
 ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

## ▶ 답:

▷ 정답: 140

#### 해설

 $\angle ADB = \angle BAT$ 

 $\therefore \angle x = 60^{\circ}$ 

□ABCD는 내접사각형이므로

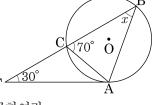
 $\angle ABC + \angle ADC = 180^{\circ}$ 

 $\angle ABC + 100^{\circ} = 180^{\circ}$ 

 $\therefore \angle ABC = 80^{\circ}$ 

 $\therefore \angle x + \angle y = 140^{\circ}$ 

R. 다음 그림에서 TA
 는 원 O의 접선이
 다. ∠CTA = 30°,
 ∠ACB = 70° 일 때,



∠ACB = 70°일 때, ∠B = ( )°에서 T 30° ( )에 알맞은 수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

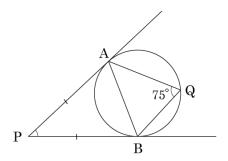
## ▶ 답:

➢ 정답: 40



$$\angle$$
CAT =  $\angle$ ACB -  $\angle$ ATC =  $70^{\circ}$  -  $30^{\circ}$  =  $40^{\circ}$   
 $\therefore$   $\angle$ B =  $\angle$ ABC =  $\angle$ CAT =  $40^{\circ}$ 

9. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원의 접선이고 ∠AQB = 75°일 때, ∠APB 의 크기는?



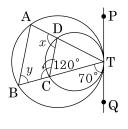
[배점 3, 하상 ]

- ①30°
- ② 40°
- ③ 50°

- ④ 60°
- ⑤ 70°

## 해설

 $\angle ABP = \angle AQB = 75$ ° 이고  $\triangle PAB$  는 이등변 삼각형이므로  $\angle APB = 180$ ° -75° -75° =30° 10. 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원의 공통인 접선이고, 점 T 는 두 원의 공통인 접점이다.
∠CTQ = 70°, ∠BCD = 120°
일 때, ∠x, ∠y 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:

 $\triangleright$  정답: ∠x = 110 °  $\triangleright$  정답: ∠y = 60 °

## 해설

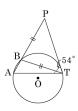
$$\angle x = 180^{\circ} - 70^{\circ} = 110^{\circ}$$

$$\angle DTP = 60^{\circ}$$

$$\angle ABC = \angle DCT$$
 이므로

$$\angle {\rm ABC} = 60\,^{\circ}\,\angle y = 180\,^{\circ} - 120\,^{\circ} = 60\,^{\circ}$$

**11.** 원 O 의 접점 T 가 다음과 같고 ,BT = BP, ∠BTP = 54° 를 만 족 한 다 고 할 때, ∠ATB 의 크기로 알맞은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① 11°
- ② 13°
- ③ 14°

- 4 17°
- (5) 18°

## 해설

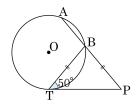
 $\angle P = 54^{\circ}$ 

 $\angle BTP = \angle TAB = 54^{\circ}$ 

 $\angle ABT = 108^{\circ}$ 

 $\angle ATB = 180^{\circ} - 54^{\circ} - 108^{\circ} = 18^{\circ}$ 

**12.** 다음 그림에서 점 T 는 원 O 의 접점이고,  $\overline{BT} = \overline{BP}$ , ∠BTP = 50° 일 때, ∠ATB 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 30°

## - 해설

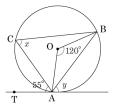
 $\angle P = 50^{\circ}$ 

 $\angle BTP = \angle TAB = 50^{\circ}$ 

 $\angle ABT = 100^{\circ}$ 

 $\angle ATB = 180^{\circ} - 50^{\circ} - 100^{\circ} = 30^{\circ}$ 

**13.** 다음 그림에서 직선 AT 가 원 O 의 접선일때,  $\angle x + \angle y$  의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 120°

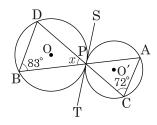
## 해설

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 120^{\circ} = 60^{\circ}$$

$$\angle x = \overline{\angle y} = 60^{\circ}$$

$$\angle x + \angle y = 60^{\circ} + 60^{\circ} = 120^{\circ}$$

**14.** 직선 ST 가 두 원 O 와 O' 의 접선이고 접점 P 를 지나는 두 직선이 원과 점 A, B, C, D 에서 만날 때, ∠x 의 크기로 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① 25°
- $\bigcirc$  26°
- $327^{\circ}$

- 4  $28^{\circ}$
- ⑤ 29°

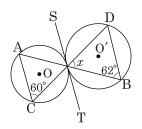
## 해설

$$\angle APS = \angle ACP = 72^{\circ}$$

$$\angle SPD = \angle DBP = 83^{\circ}$$

$$\therefore \angle x = 180^{\circ} - (72^{\circ} + 83^{\circ}) = 25^{\circ}$$

**15.** 다음 그림에서 직선 ST 는 두 원 O 와 O' 의 접선이다. 접점 P 를 지나는 두 직선이 원과 점 A, B, C, D 에서 만날 때,  $\angle x$  의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

## ▶ 답:

▷ 정답: 58°

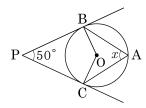
#### 해설

$$\angle APS = \angle ACP = 60^{\circ}$$

$$\angle SPD = \angle DBP = 62^{\circ}$$

$$\therefore \angle x = 180^{\circ} - (60^{\circ} + 62^{\circ}) = 58^{\circ}$$

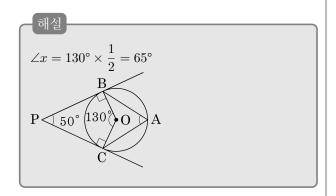
**16.** 다음 그림에서  $\overrightarrow{PB}$ ,  $\overrightarrow{PC}$  가 원  $\overrightarrow{O}$  의 접선일 때,  $\angle x$  의 크기를 구하여라.



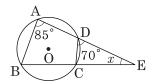
[배점 3, 중하]

답:

**▷ 정답:** 65°



17. 다음 그림에서 $\angle x$  의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

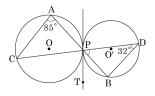
답:

**▷ 정답**: 25°

$$\angle DCE = 85^{\circ}$$

$$\angle x = 180^{\circ} - 85^{\circ} - 70^{\circ} = 25^{\circ}$$

**18.** 다음 그림과 같이 점 P 에서 외접하는 두 원 O, O' 에서 ∠PAC = 85°,∠PDB = 32° 일 때, ∠BPD 의 크기는?



[배점 4, 중중]

- ① 60°
- ②)63°
- ③ 65°

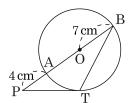
- (4) 68°
- ⑤ 70°

$$\angle CPT = \angle CAP = 85^{\circ}$$

$$\angle TPB = \angle BDP = 32^{\circ}$$

$$\therefore \angle BPD = 180^{\circ} - (85^{\circ} + 32^{\circ}) = 63^{\circ}$$

19. 다음 그림에서  $\overline{PT}$  는 원 O의 접선일 때, PT 의 길이는? [배점 4, 중중]



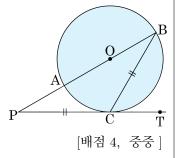
- ①  $2\sqrt{2}$  ②  $3\sqrt{2}$
- $3 \ 4\sqrt{2}$   $4 \ 5\sqrt{2}$
- $\bigcirc 6\sqrt{2}$



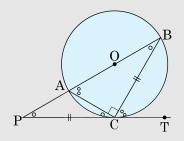
$$\overline{PT}^2 = 4 \times 18 = 72$$

$$\therefore \overline{\mathrm{PT}} = 6\sqrt{2} \left( :: \overline{\mathrm{PT}} > 0 \right)$$

20. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 연장 선 위의 점 P 에서 원 O 에 접선 PT 를 그어 그 접점을 C 라 한다.  $\overline{PC} = \overline{BC}$  가 성립할 P때, ∠BCT 의 크기는?



- ① 35
- ② 40 ③ 45
- **4** 50
- <sup>해설</sup> 갸 C 에 보조선을 그으면



 $\angle B = a$  라 하면  $\angle P = a$  (: 이등변삼각형)

 $\angle$ ACP = a (접선과 현이 이루는 각의 성질)

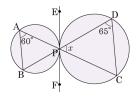
 $\triangle$ APC 의 외각  $\angle$ BAC = 2a ,  $\angle$ ACB =  $90^{\circ}$ 

 $\triangle$ ABC 에서 3a = 90°, a = 30°

 $\angle BCT = \angle BAC = 2a = 60^{\circ}$ 

∴ ∠BCT = 60°

**21.** 다음 그림에서  $\angle BAP = 60^{\circ}$ ,  $\angle CDP = 65^{\circ}$  이고 직선 EF 는 두 원의 공통접선이다. ∠DPC 의 크기는? (단, P 는 공통접점이다.)



[배점 4, 중중]

- (1) 55°
- ② 53°
- ③ 51°

- 49°
- ⑤ 47°

## 해설

∠A = ∠BPF = 60° (접현각)

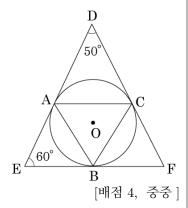
 $\angle D = \angle CPF = 65^{\circ}$  (접현각)

 $\therefore \angle BPF + \angle CPF + \angle CPD = 180^{\circ}$ 

 $60^{\circ} + 65^{\circ} + x = 180^{\circ}$ 

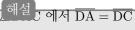
 $\therefore x = 55^{\circ}$ 

**22.** 다음 그림과 같이 원 O 는 △ABC 에 외 접하고, △DEF 에 내접한다. ∠D = 50°, ∠E = 60° 일 때, ∠BAC의 크기를 구하여라.



▶ 답:

> **정답**: 55°

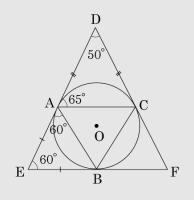


 $\therefore \angle DAC = 65^{\circ}$ 

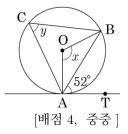
 $\overline{\mathrm{EA}} = \overline{\mathrm{EB}}$ 

 $\therefore \angle EAB = 60^{\circ}$ 

 $\therefore \angle BAC = 180^{\circ} - (\angle DAC + \angle EAB) = 55^{\circ}$ 



**23.** 다음 그림에서 점 A 가 원 O 의 접점이고  $\angle BAT = 52$  ° 이 다.  $\angle x - \angle y = ($ ) ° 에 서 ( ) 에 알맞은 값은?



① 50 ② 51

**3** 52

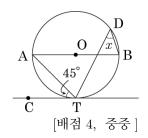
**4** 53 **5** 54

 $\angle y = 52^{\circ}$ 

$$\angle x = 2 \times \angle y = 2 \times 52^{\circ} = 104^{\circ}$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 104^{\circ} - 52^{\circ} = 52^{\circ}$$

**24.** 다음 그림에서 x 의 값은?



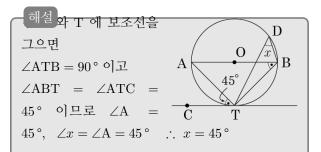
① 30°

② 45°

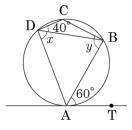
③ 50°

④ 60°

⑤ 65°



**25.** 원 O 에서 ∠CDB = 40°, ∠BAT = 60° 이고 직선 AT 가 접선일 때, ∠x + ∠y = ( )°이다. 이 때, ( ) 안에 알맞은 수는? [배점 4, 중중]



- ① 125
- ② 130
- ③ 135

- **4**140
- **⑤** 145

## 해설

 $\angle ADB = \angle BAT$ 

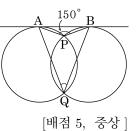
- $\therefore \angle x = 60^{\circ}$
- □ABCD 는 내접사각형이므로

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^{\circ}$$

 $\angle ABC + 100^{\circ} = 180^{\circ}$ 

- ∴ ∠ABC = 80°
- $\therefore \angle x + \angle y = 140^{\circ}$

26. 다음 그림에서 직선 AB 는 두 원의 공통접선이고, 점 P, Q 는 두 원의 교점이다.
∠APB = 150° 일 때, ∠AQB 의 크기를 구하여라.



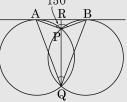
## ▶ 답:

➢ 정답: 30°

## 해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선을 긋고, 직선 AB 와의

교점을 R 라 한다.



△APQ 에서 ∠PAR = ∠AQP 이고

△BPQ 에서 ∠PBR = ∠BQP 이므로

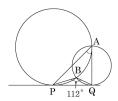
△APB 에서

 $\angle PAR + \angle PBR = 180^{\circ} - 150^{\circ} = 30^{\circ}$ 

 $\angle AQB = \angle AQP + \angle BQP$ 

 $= \angle PAR + \angle PBR = 30^{\circ}$ 

**27.** 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원에 동시에 접한다. ∠PBQ = 112°일 때, ∠PAQ 의 크기는?



[배점 5, 중상]

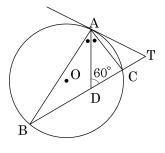
- $\bigcirc 60^{\circ}$
- ② 64°
- ③68°

- ④ 72°
- ⑤ 76°



 $\overline{AB}$  를 그으면  $\angle QPB = \angle BAP$ ,  $\angle PQB = \angle BAQ$  이므로  $\angle PAQ = \angle QPB + \angle PQB = 180^{\circ} - 112^{\circ} = 68^{\circ}$ 

28. 다음 그림에서 AD 는
∠BAC 의 이등분선이고,
선분 BC 의 연장선과 점
A 를 접점으로 하는 접
선과의 교점을 T 라 한
다. ∠TDA = 60°일 때,
∠TAD 의 크기는?



[배점 5, 중상]

- ① 30°
- ② 40°
- 3 50°

- 40°
- ⑤ 70°

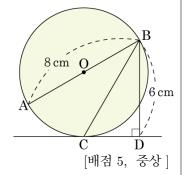


 $\angle TAC = \angle ABC = a$ 

 $\angle CAD = \angle BAD = b$ 

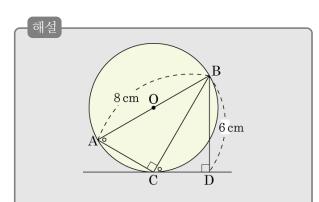
 $\triangle ABD$ 에서 a+b=60°

 $\therefore$   $\angle$ TAD =  $a + b = 60^{\circ}$ 



- ① 2cm
- ②4cm
- $3 2\sqrt{3}$ cm

- $4 3\sqrt{2}$ cm
- $\sqrt{5}$   $4\sqrt{2}$ cm



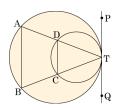
∠ACB = 90°, ∠BAC = ∠BCD 이므로 △ABC ∽ △CBD (AA 닮음)

 $\therefore 8 : \overline{BC} = \overline{BC} : 6$ 

$$\overline{BC}^2 = 48, \ \overline{BC} = 4\sqrt{3} \, \text{cm}$$

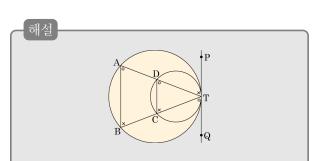
$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4 \text{ cm}$$

**30.** 다음 그림과 같이 점 T 는 두 원의 공통 접점이고  $\overrightarrow{PQ}$  는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 5, 중상]

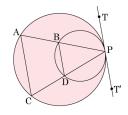
- ①  $\overline{AB}//\overline{CD}$
- ②  $\angle BAT = \angle CDT$
- $\overline{\text{3}}\overline{\text{TA}}:\overline{\text{TB}}=\overline{\text{TC}}:\overline{\text{TD}}$
- $\textcircled{4} \angle ABT = \angle ATP$
- $\bigcirc$   $\triangle$ ATB  $\sim$   $\triangle$ DTC



직선 PQ 가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.

따라서, 동위각이 같으므로  $\overline{AB}//\overline{CD}$  이고  $\triangle ATB \sim \triangle DTC$  이므로  $\overline{TA}.\overline{TB} = \overline{TD}.\overline{TC}$  이다.

**31.** 다음 그림에서 점 P 는 두 원의 접점이고 직선 TT/는 점 P 를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 5, 중상]

- ①  $\angle PDB = \angle PCA$
- ②  $\angle BPT = \angle ACP$
- $\bigcirc$   $\angle BPT = \angle BDP$
- $\bigcirc$   $\overline{AC}//\overline{BD}$
- $\overline{\text{(3)}}\overline{\text{BD}}:\overline{\text{AC}}=\overline{\text{AB}}:\overline{\text{BP}}$

해설

⑤  $\triangle APC \sim \triangle BPD$  이므로  $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{PB} : \overline{PA}$ 

**32.** 다음 그림의 원 O 에서 점 M 은 호 AB 의 중점이고  $\overline{PQ}$ 는 접선이다. ∠AEC = 50° 일 때, ∠D 의 크기는?



- ① 10°
- ② 20°
- ③ 30°

- ④ 40°
- ⑤ 50°

해설

외각의 성질을 이용해서

 $\angle$ MAE +  $\angle$ AME = 50°

 $\angle MAE = \angle MBE(\because \overline{AM} = \overline{BM})$ 

접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

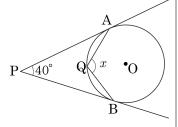
 $\angle MBA = \angle AMP$ 

 $\therefore \angle PMC = 50^{\circ}$ 

 $\angle PMC = \angle D$ 

 $\therefore \angle D = 50^{\circ}$ 

**33.** 다음 그림과 같이 원 위의 두 점 A, B에서 그은 접선의 교점을 P라하자. ∠APB = 40°일 P 40°대, ∠x의 크기는?
[배점 5, 중상]



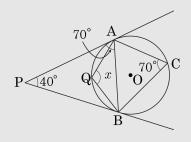
- ① 90°
- ② 95°
- ③ 105°

- 4 110°
- ⑤ 120°

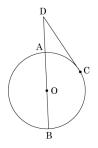
## 해설 1림과 같이 보조선을 이용하면

 $\angle PAB = \angle PBA = 70\,^{\circ}(\because \overline{PA} = \overline{PB})$  이고 또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로  $\angle PAB =$  $\angle ACD = 70\,^{\circ}$ 

따라서, 사각형이 원에 내접하므로 대각의 합  $\angle x+70^\circ=180^\circ$  .:  $\angle x=110^\circ$  이다.



34. 다음 그림과 같이 AB = 8 를 지름으로 하고, BC =2AC 인 원 O 가 있다. 점 C 에서 그은 접선과 BA의 연장선이 만나는 점을 D 라 할 때, AD 의 길이를구하여라.



[배점 5, 상하]

## ▶ 답:

## ▷ 정답: 4

## 해설

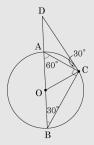
보조선  $\overline{AC}$  와  $\overline{BC}$  를 그으면  $\widehat{BC} = 2\widehat{AC}$  이므로  $\angle BAC = 2\angle ABC \cdots (1)$ 

또한 지름에 대한 원주각은  $90^{\circ}$  이므로  $\angle ACB = 90^{\circ}$ ,  $\angle BAC + \angle ABC = 90^{\circ}$ 

(1)에 의해  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ 

또, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해서

 $\angle ABC = \angle ACD = 30^{\circ}$ 



 $\triangle$ OBC 는 이등변 삼각형이므로  $\angle$ OCB = 30°,  $\angle$ COA = 60° 따라서  $\triangle$ AOC 는 정삼각형이므로  $\overline{AC} = \overline{AO} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4$   $\triangle$ ADC 에서 삼각형의 외각의 성질에 의해  $\angle$ CDA + 30° = 60° 이므로  $\angle$ CDA = 30°  $\triangle$ ADC 는 이등변삼각형이므로  $\overline{AD} = \overline{AC}$   $\therefore \overline{AD} = 4$ 

**35.** 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 가 원에 내접한다. 점 A 를 지나 접선 TC 에 평행한 직선이  $\overline{BC}$  와 만나는 점이 점 D 이고,  $\overline{BD}=1, \overline{CD}=3$  일 때,  $\overline{AC}$  의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

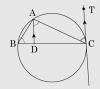
▶ 답:

ightharpoonup 정답:  $2\sqrt{3}$ 

## 해설

 $\overline{ ext{TC}}$  가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질 에 의하여  $\angle ext{TCA} = \angle ext{ABC}$ 

 $\overline{\mathrm{TC}} /\!/ \overline{\mathrm{AD}}$  이므로  $\angle \mathrm{TCA} = \angle \mathrm{CAD}$ 



△ABC 와 △DAC 에서

∠ABC = ∠DAC, ∠ACD 는 공통

즉, △ABC∽△DAC (AA 닮음)

 $\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{AC}}$ 

 $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{BC} = 3 \times 4 = 12$ 

 $\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{3} \ (\because \overline{AC} > 0)$