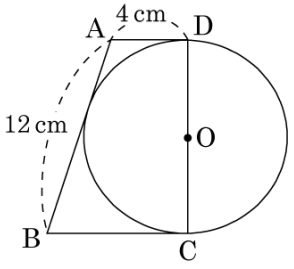
확인학습문제

1. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

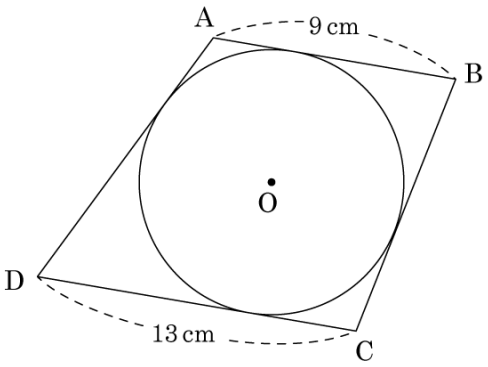
▶ 답 :

▷ 정답 : 8 cm

해설

원의 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

2. 다음 그림은 사각형 ABCD 에 내접해 있는 원 O 를 그린 것이다. $3\overline{AD} + 3\overline{BC}$ 의 길이는?



[배점 2, 하중]

① 55 ② 66 ③ 77 ④ 88 ⑤ 99

해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로

$9 + 13 = \overline{AD} + \overline{BC}$

$\therefore\ \overline{AD} + \overline{BC} = 22\ (\text{cm})$

따라서 $3\overline{AD} + 3\overline{BC} = 3 \times 22 = 66$ 이다.

3. 반지름의 길이가 8 cm 인 원의 중심으로부터 14 cm 떨어진 점 P 에서 이 원에 그은 접선의 길이를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{33}$ cm

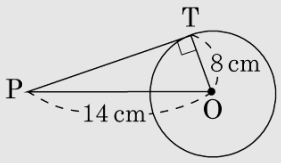
해설

$\overline{PT} = \sqrt{14^2 - 8^2}$

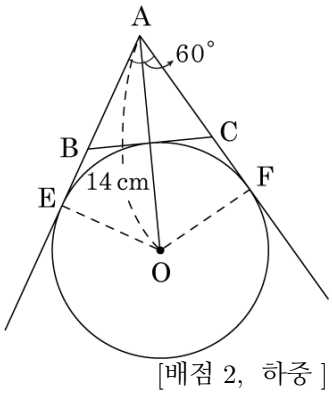
$= \sqrt{196 - 64}$

$= \sqrt{132}$

$= 2\sqrt{33}\ (\text{cm})$



4. 점 E , 점 F 가 원 O 와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC 가 원 O 와 내접할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



[배점 2, 하중]

① $10\sqrt{3}$cm ② $12\sqrt{3}$cm ③ $14\sqrt{3}$cm

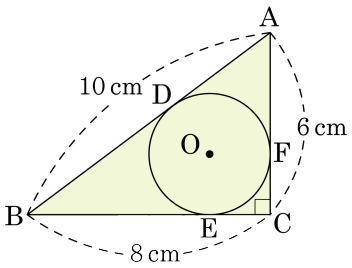
④ $16\sqrt{3}$cm ⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$

5. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



원의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면
$\overline{CF} = x\,\text{cm}$ $\overline{CE} = x\,\text{cm}$ 이고
$\overline{AF} = (㉠)\,\text{cm}$, $\overline{BE} = (㉡)\,\text{cm}$
$\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로
$\overline{AB} = (㉠) + (㉡) = 10$
$\therefore x = (㉢)$

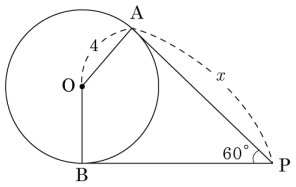
[배점 3, 하상]

① ㉠: $6 - x$ ② ㉡: $8 - x$
③ ㉢: 3 ④ $\overline{BD} = 6\,\text{cm}$
⑤ $\overline{BE} = 6\,\text{cm}$

해설

$x = 2$

6. 다음 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다.)



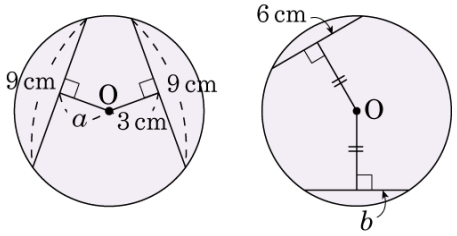
[배점 3, 하상]

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$
④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$\overline{AP} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$
$x : 4 = \sqrt{3} : 1$
$x = 4\sqrt{3}$

7. 다음 그림에서 $a + b$ 의 합을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :
▷ 정답 : 9 cm

해설

(1) 한 원이나 합동인 원에서 현의 길이가 같으면 중심에서 현에 내린 수선의 길이도 같다. $a = 3$
(2) 중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으면 그 현의 길이도 같다. $b = 6$

8. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① 합동인 두 원에서 중심각과 호의 길이는 정비례한다.

② 합동인 두 원에서 중심각과 현의 길이는 정비례한다

③ 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

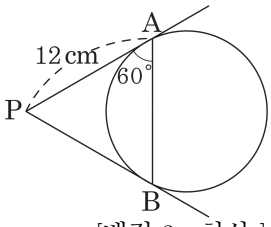
④ 한 원에서 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

⑤ 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

해설

중심각과 현의 길이는 정비례하지 않는다.

9. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

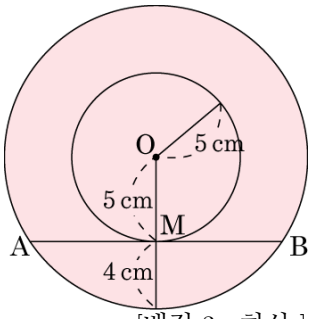
① $12\sqrt{3}$cm ② $6\sqrt{3}$cm ③ 6cm

④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60°$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12$cm 이다.

10. 다음 그림과 같이 두 원의 중심이 일치하고, 반지름의 길이는 각각 5cm, 9cm 이다. 현 AB 가 작은 원의 접선일 때, 현 AB 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① $\sqrt{14}$ cm ② $2\sqrt{14}$ cm ③ $4\sqrt{14}$ cm

④ 12 cm ⑤ 18 cm

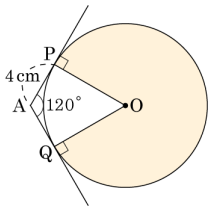
해설

$\overline{OA} = 9$ cm, $\overline{OM} = 5$ cm, $\overline{AM} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}$(cm)

$\therefore \ \overline{AB} = 2\sqrt{14} \times 2 = 4\sqrt{14}$(cm)

11. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 P, Q 는 원 O 의 접점이다.

$\overline{AP} = 4\text{cm}$, $\angle PAQ = 120°$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.

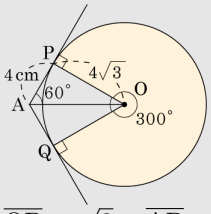


[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $40\pi\,\text{cm}^2$

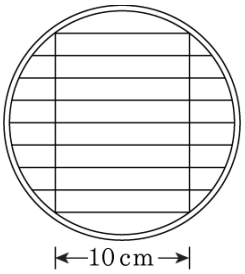
해설



$\overline{OP} = \sqrt{3} \times \overline{AP} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

(부채꼴의 넓이) $= \pi \times (4\sqrt{3})^2 \times \dfrac{300°}{360°} = 40\pi(\text{cm}^2)$

12. 미영이는 야영을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굵은 두 철사는 평행하고 길이가 24 cm 로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 10 cm 였다. 미영이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이를 구하여라.



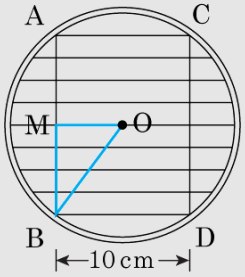
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 13 cm

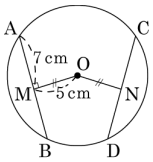
해설

철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 5\,\text{cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \dfrac{1}{2} = 24 \times \dfrac{1}{2} = 12(\text{cm})$ 이다.



석쇠의 반지름의 길이는 △OMB 가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$, $\overline{CD}\perp\overline{ON}$ 이고 $\overline{OM}=\overline{ON}=5\text{cm}, \overline{AM}=7\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

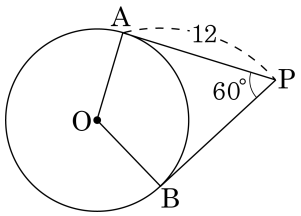
▶ 답:

▷ 정답: 14 cm

해설

$\overline{AB}\perp\overline{OM}$ 이면 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times7=14(\text{cm})$ 이고 $\overline{OM}=\overline{ON}$ 이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=14(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림에서 두 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB=60°$ 일 때, $\overline{OP}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{3}$

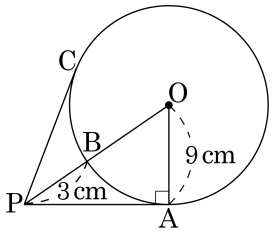
해설

$\triangle AOP$ 에서 $\angle OAP=90°, \angle APO=\frac{1}{2}\angle APB=30°$ 이다.

$\angle AOP=60°$ 이므로 $\overline{AP}:\overline{OP}=\sqrt{3}:2$ 이다.

따라서 $\overline{OP}=8\sqrt{3}$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PC}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{OA}=9\text{cm}$, $\overline{PB}=3\text{cm}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

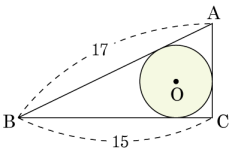
▷ 정답: $3\sqrt{7}$cm

해설

$\triangle OPA$ 는 직각삼각형이고 $\overline{OP}=12$ 이므로 $\overline{PA}=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{144-81}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ 이다.

따라서 $\overline{PC}=\overline{PA}=3\sqrt{7}$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 내접원 O 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9π

해설

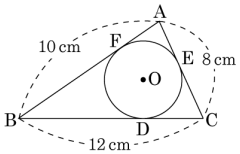
$\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=8$ 이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times15\times8=60$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내접원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\triangle ABC=\triangle BOC+\triangle AOC+\triangle AOB$ 이므로

$60=\frac{1}{2}\times15\times r+\frac{1}{2}\times8\times r+\frac{1}{2}\times17\times r,\ r=3$ 이다. 따라서 원 O 의 넓이는 $\pi\times3^2=9\pi$ 이다.

17. 다음 그림에서 원 O 는 △ABC 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB}$ = 10cm, $\overline{BC}$ = 12cm, $\overline{AC}$ = 8cm 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

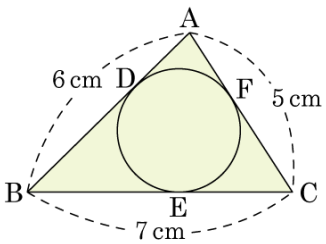
▶ 답:

▷ 정답: 7 cm

해설

$\overline{BF} = x$cm 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BF} = x$cm 이므로
$\overline{AF} = \overline{AE} = (10 - x)$cm 이고
$\overline{CD} = \overline{CE} = (12 - x)$cm 이다.
$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$ 이므로 $8 = (10 - x) + (12 - x)$
이므로 $x = 7$cm 이다.

18. 다음 그림에서 원은 내접원이고 점 D, E, F 는 각 선분의 접점이다. $\overline{AB}$ = 6cm, $\overline{BC}$ = 7cm, $\overline{AC}$ = 5cm 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이는?



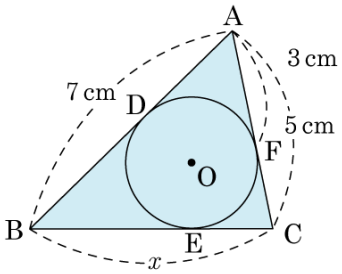
[배점 4, 중중]

① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm
④ 3cm ⑤ 3.5cm

해설

$\overline{AF} = x = \overline{AD}$ 로 높으면, $\overline{BD} = 6 - x = \overline{BE}$,
$\overline{FC} = 5 - x = \overline{EC}$,
$\overline{BC} = (6 - x) + (5 - x) = 7$, $x = 2$

19. 다음 그림에서 원 O 는 △ABC 의 내접원이고 세 점 D, E, F 는 접점일 때, x 의 값은?



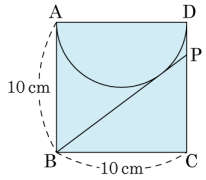
[배점 4, 중중]

① 6cm ② 7cm ③ 8cm
④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\overline{AF} = 3$(cm) 이므로 $\overline{CF} = \overline{CE} = 2$(cm), $\overline{BD} = \overline{BE} = 4$(cm)
$\therefore x = \overline{BE} + \overline{CE} = 4 + 2 = 6$(cm)

20. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형이다. $\overline{BP}$ 가 $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 반원에 접할 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{15}{2}$ cm

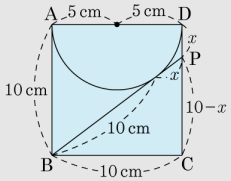
해설

$\overline{DP} = x$cm 라 하면 △PBC 에서

$\overline{BP} = 10 + x$cm, $\overline{PC} = (10 - x)$cm

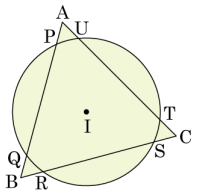
$(10 + x)^2 = 10^2 + (10 - x)^2$, $40x = 100$

$\therefore x = \frac{5}{2}$



$\overline{PC} = 10 - x = 10 - \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ (cm)

21. 다음 그림에서 점 I는 △ABC 의 내심이며 원의 중심이다. $\overline{RS} = 5$cm 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



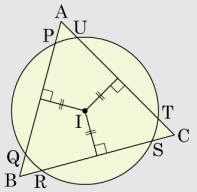
[배점 4, 중중]

① 5cm ② $5\sqrt{2}$cm ③ $\frac{5}{2}$cm

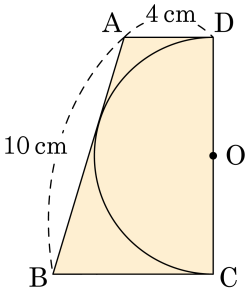
④ $5\sqrt{3}$cm ⑤ 6cm

해설

삼각형 내심의 성질에 의해서 내심에서 각 변에 이르는 거리는 각각 같다. 또한 원에 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 그 현의 길이도 모두 같다. 따라서 $\overline{RS} = \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PQ} = 5$cm 이다.



22. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



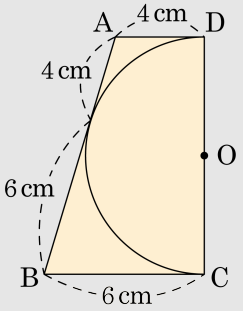
[배점 4, 중중]

① 4cm ② 6cm ③ $4\sqrt{2}$cm

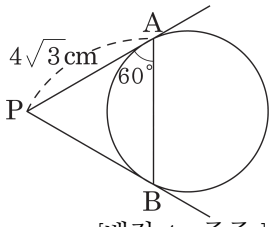
④ $2\sqrt{2}$cm ⑤ $\sqrt{11}$cm

해설

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DA}$ 가 원 O 에 접하므로



23. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60°$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

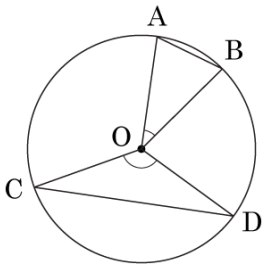
① $36\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $24\,\mathrm{cm}^2$ ③ $24\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

④ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 이등변삼각형이다.
그런데 $\angle PAB = 60°$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로
넓이$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}(\,\mathrm{cm}^2)$ 이다.

24. 주어진 그림처럼 원 O 에서 $\angle COD = 3\angle AOB$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?



보기

㉠ $\overline{AB} = 3 \times \overline{CD}$

㉡ $\widehat{CD} = 3 \times \widehat{AB}$

㉢ $\widehat{AC} = 2 \times \widehat{BD}$

㉣ 삼각형 COD 의 넓이 = 삼각형 AOB 의 넓이

㉤ 부채꼴 COD 의 넓이 = 3× 부채꼴 AOB 의 넓이

[배점 5, 중상]

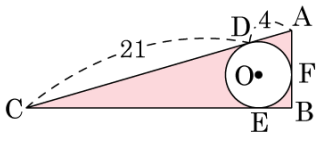
① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

호의 길이와 부채꼴의 넓이는 중심각에 정비례한다. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

25. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 5, 중상]

① $64 - \frac{9}{4}\pi$ ② $72 - 4\pi$

③ $84 - 9\pi$ ④ $90 - \frac{9}{4}\pi$

⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$

$(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$

$\therefore\ x = 3$

따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$

그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$