

확인학습문제

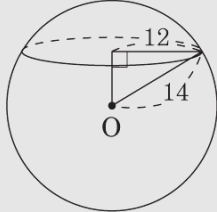
1. 반지름이 14cm 인 구를 어떤 평면으로 잘랐을 때, 단면인 원의 반지름이 12cm 이었다. 이 평면과 구의 중심과의 거리를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

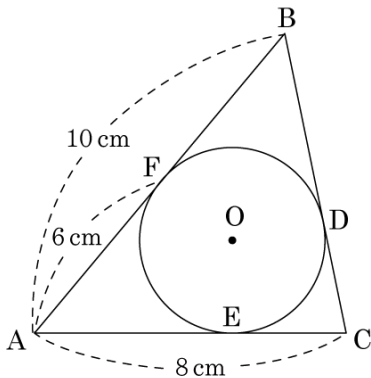
▶ 정답: $2\sqrt{13}$ cm

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{14^2 - 12^2} \\ &= \sqrt{196 - 144} \\ &= \sqrt{52} \\ &= 2\sqrt{13} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



2. $\triangle ABC$ 와 만나는 내접원의 접점을 각각 점 D, E, F 라 하고, 나머지 변의 길이가 다음 그림과 같을 때, $\overline{BC}$ 길이는? [배점 2, 하중]



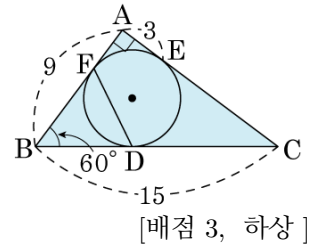
[배점 2, 하중]

- ① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{BD} &= \overline{BF} = 10 - 6 = 4 \text{ (cm)} \\ \overline{CD} &= \overline{CE} = 8 - 6 = 2 \text{ (cm)} \\ \therefore \overline{BC} &= 4 + 2 = 6 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형에서 원 O 는 내접원일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]



▶ 답:

▶ 정답: 6

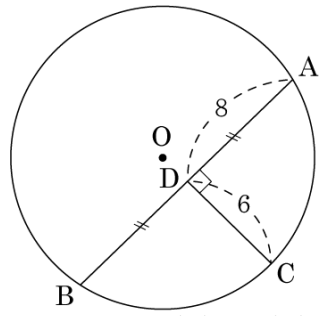
해설

$\overline{BF} = \overline{BD}$ 이고 $\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\triangle BDF$ 는 정삼각형이다.

$$\overline{BF} = \overline{AB} - \overline{AF} = \overline{AB} - \overline{AE} = 9 - 3 = 6$$

따라서, $\overline{BF} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{DF} = 6$

4. 다음 그림과 같은 원에서 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{25}{3}$

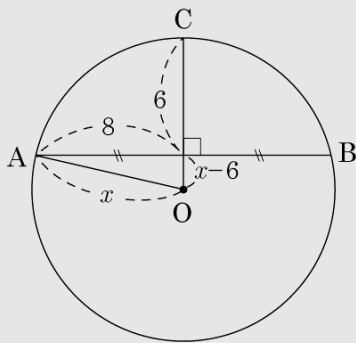
해설

$$(x-6)^2 + 8^2$$

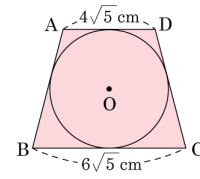
$$x^2 = x^2 - 12x + 36 + 64$$

$$12x = 100$$

$$\therefore x = \frac{25}{3}$$



5. 다음 그림에서 등변사다리꼴 ABCD가 원 O에 외접할 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① $\sqrt{5}$ cm

② $5\sqrt{5}$ cm

③ $10\sqrt{5}$ cm

④ $6\sqrt{5}$ cm

⑤ $4\sqrt{5}$ cm

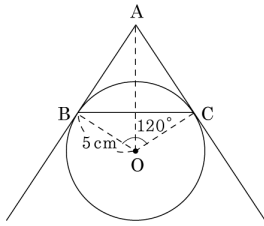
해설

등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고,

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 성립하므로 $2\overline{AB} = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{5}$ cm

6. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120^\circ$, $\overline{BO} = 5\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



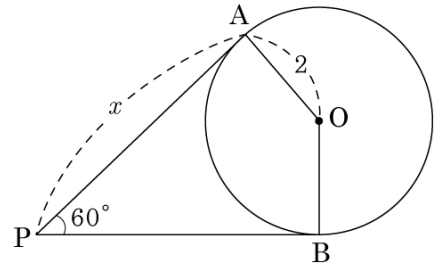
[배점 3, 하상]

- ① $\overline{AB} = \overline{AC}$ ② $\overline{AO} = 12\text{cm}$
 ③ $\angle OBA = \angle OCA$ ④ $\angle BAO = 30^\circ$
 ⑤ $\triangle OAB \equiv \triangle OAC$

해설

$\angle BAO = 30^\circ$ 이므로
 $1 : 2 = 5 : \overline{AO} \therefore \overline{AO} = 10\text{cm}$

7. 다음 그림에서 x 의 길이는? (단, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다.)



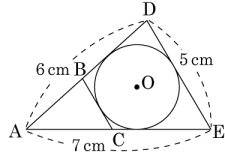
[배점 3, 하상]

- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$
 ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$\overline{AP} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$
 $x : 2 = \sqrt{3} : 1$
 $x = 2\sqrt{3}$

8. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ADE$ 의 내접원이고, $\overline{BC}$ 는 원 O에 접한다. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하시오. (단위는 생략)

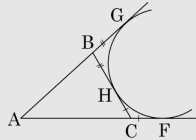


[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설



원 O와 $\overline{AE}$ 의 접점을 F라 하면

$\triangle ABC$ 의 둘레 = $2\overline{AF}$

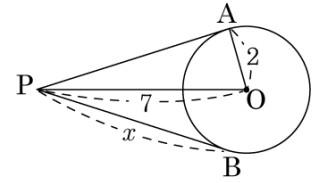
$\overline{AF}$ 의 길이를 x 라 하면

$$(7 - x) + (6 - x) = 5$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 둘레} = 8$$

9. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 가 원 O의 접선일 때, x 의 길이는?



[배점 3, 하상]

① $\sqrt{5}$

② $2\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{5}$

④ $5\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

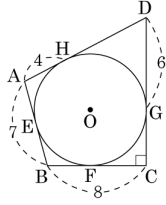
해설

$$\overline{AP} = \overline{BP} = x$$

$$7^2 = \overline{AP}^2 + 2^2$$

$$\therefore x = 3\sqrt{5}$$

10. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접하고 있다. 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AH} = 4$, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{DG} = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



[배점 3, 중하]

- ① 82 ② 84 ③ 86 ④ 88 ⑤ 90

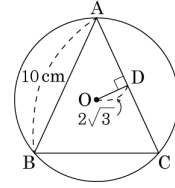
▶ 답 :

▶ 정답 : ⑤

해설

$\overline{DH} = \overline{DG} = 6 \quad \therefore \overline{AD} = 10$
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$
 $7 + 6 + \overline{GC} = 8 + 10, \overline{GC} = 5$
 $\therefore (\text{원 } O \text{의 반지름}) = 5$
 원의 중심 O 에서 각 변에 이르는 거리는 원의 반지름과 같으므로
 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 5$ 이다.
 $(\square ABCD \text{의 넓이})$
 $= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times (7 + 8 + 10 + 11)$
 $= 90$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

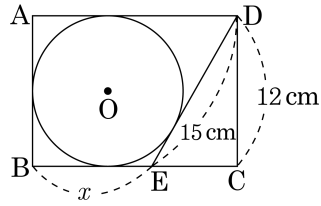
▶ 답 :

▶ 정답 : $10\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\overline{OD} = \overline{OE} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 $(\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{3} = 10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

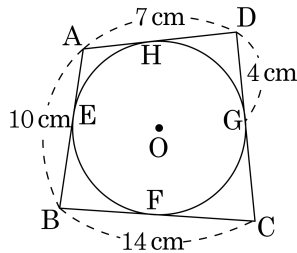
▶ 답 :

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm})$ 이다. $\overline{AD} = \overline{BC} = (x+9)(\text{cm})$ 이고 $\square ABED$ 가 원 O 에 외접하므로 $12 + 15 = (x+9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 가 원 O 에 외접하고 있다. 이때, 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 14\text{ cm}$, $\overline{DG} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

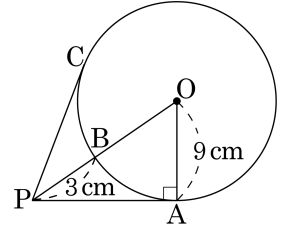
▶ 답 :

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로 $10 + (4 + \overline{CG}) = 7 + 14$ 이다. 따라서 $\overline{CG} = 7(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PC}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{OA} = 9\text{ cm}$, $\overline{PB} = 3\text{ cm}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

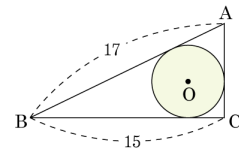
▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{7}\text{ cm}$

해설

$\triangle OPA$ 는 직각삼각형이고 $\overline{OP} = 12$ 이므로 $\overline{PA} = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{144 - 81} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$ 이다. 따라서 $\overline{PC} = \overline{PA} = 3\sqrt{7}$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 내접원 O 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

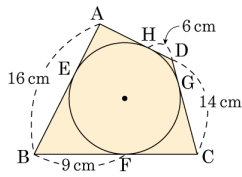
▶ 답 :

▷ 정답 : 9π

해설

$\overline{AC} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60$ 이다. $\triangle ABC$ 의 내접원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\triangle ABC = \triangle BOC + \triangle AOC + \triangle AOB$ 이므로 $60 = \frac{1}{2} \times 15 \times r + \frac{1}{2} \times 8 \times r + \frac{1}{2} \times 17 \times r$, $r = 3$ 이다. 따라서 원 O 의 넓이는 $\pi \times 3^2 = 9\pi$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 외접하고, 점 E, F, G, H 는 각각 원 O 의 접점일 때, $\overline{BC} - \overline{AD}$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 cm

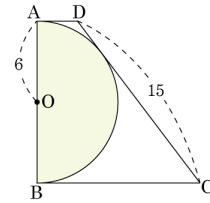
해설

$$\overline{CF} = \overline{CG} = 14 - 6 = 8(\text{cm}),$$

$$\overline{AH} = \overline{AE} = 16 - 9 = 7(\text{cm}),$$

$$\therefore \overline{BC} - \overline{AD} = (9 + 8) - (7 + 6) = 17 - 13 = 4(\text{cm})$$

19. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반지름의 길이가 6 인 반원 O 에 접하고 $\overline{AB}$ 는 반원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 15$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

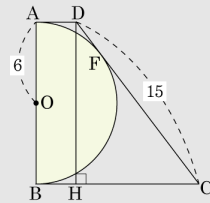


[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설



점 D 에서 내린 수선의 발을 점 H 라 하고, 반원과 접선 $\overline{CD}$ 의 교점을 점 F 라 한다.

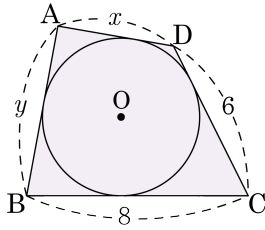
$\triangle DHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$, $\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = \overline{AD} = \overline{DF} = x$ 이다.

또한, $\overline{CF} = \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{DF} + \overline{CF} \Rightarrow 15 = x + (9 + x)$$

$$\therefore x = 3$$

20. 다음 그림에서 원 O는 사각형 ABCD의 내접원일 때, $x - y$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

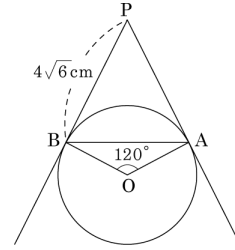
- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

원이 내접하는 사각형에서 두 대변의 합이 서로 같다.

$$x + 8 = y + 8 \quad \therefore x - y = 0$$

21. 다음 그림과 같이 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점이 A, B이고, $\angle AOB = 120^\circ$, $\overline{PB} = 4\sqrt{6}\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



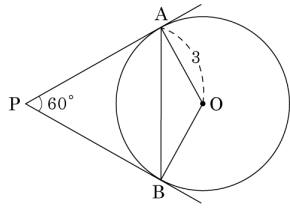
[배점 4, 중중]

- ① $\overline{OP} = 8\sqrt{2}\text{cm}$
 ② $\overline{AP} = 4\sqrt{6}\text{cm}$
 ③ $\overline{AB} = 4\sqrt{6}\text{cm}$
 ④ (부채꼴 AOB의 넓이) $= \frac{32\sqrt{6}}{3}\pi\text{cm}^2$
 ⑤ ($\square OAPB$ 의 둘레) $= (8\sqrt{2} + 8\sqrt{6})\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(부채꼴 AOB의 넓이)} &= \pi \times (4\sqrt{2})^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \\ &= \frac{32}{3}\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{OA} = 3$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

해설

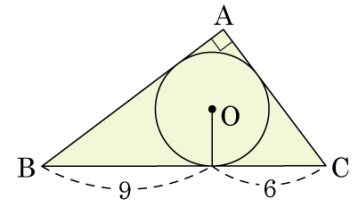
$$\overline{PA} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$$

$$x : 3 = \sqrt{3} : 1 \quad \therefore x = 3\sqrt{3}$$

$\triangle PAB$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AB} = 3\sqrt{3}$$

23. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



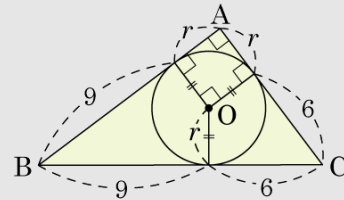
[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

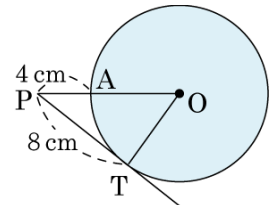
해설 r 라 하면

$$(9+r)^2 + (6+r)^2 = 15^2, \quad r^2 + 15r - 54 = 0$$

$$(r-3)(r+18) = 0 \quad \therefore r = 3$$



24. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 T 는 접점이다. $\overline{PT} = 8$ cm, $\overline{PA} = 4$ cm 일 때, 원 O 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① $24\pi \text{ cm}^2$ ② $36\pi \text{ cm}^2$ ③ $49\pi \text{ cm}^2$
 ④ $60\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $65\pi \text{ cm}^2$

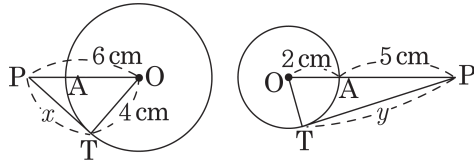
해설

$$\overline{AO} = \overline{TO} = r \text{ 이라 하면, } \overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2 \text{ 에 의하여 } (r+4)^2 = 64 + r^2$$

$$\therefore r = 6$$

따라서 원의 넓이는 $\pi(6)^2 = 36\pi \text{ cm}^2$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선일 때, xy 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① 30 ② 32 ③ 40 ④ 46 ⑤ 52

해설

$\angle T = 90^\circ$ 이므로

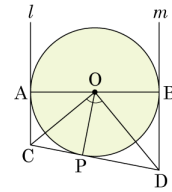
$$x = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

$\angle T = 90^\circ$ 이므로

$$y = \sqrt{7^2 - 2^2} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\therefore xy = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 30$$

26. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 양 끝점에서 그은 접선과 원 O 위의 점 P 에서 그은 접선이 만나는 점을 각각 C, D 라고 할 때, 옳지 않은 것은?



[배점 5, 중상]

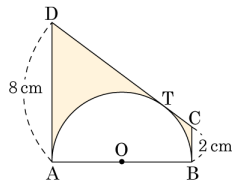
- ① $\triangle AOC \equiv \triangle POC$ ② $\angle AOC = \angle POC$
 ③ $\triangle BOD \equiv \triangle POD$ ④ $\angle BOD = \angle POD$
 ⑤ $\angle COP = \angle DOP$

해설

$\triangle AOC \equiv \triangle POC$ 이므로 $\angle AOC = \angle POC$

$\triangle BOD \equiv \triangle POD$ 이므로 $\angle BOD = \angle POD$

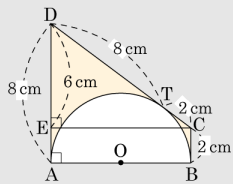
27. 다음 그림과 같이 반원의 호 AB 위의 한 점 T를 지나
는 접선이 지름 AB의 양 끝점에서 그은 접선과 만나는
점을 각각 D, C라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① $(40 - 8\pi)\text{cm}^2$ ② $(40 + 8\pi)\text{cm}^2$
 ③ $(80 - 8\pi)\text{cm}^2$ ④ $(40 - 4\pi)\text{cm}^2$
 ⑤ $(80 - 16\pi)\text{cm}^2$

해설



색칠한 부분의 넓이는 $\square ABCD$ 에서 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.

그림에서 $\overline{DC} = 10\text{cm}$, $\overline{DE} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{CE} = 8\text{cm}$

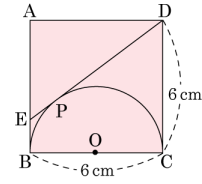
따라서 $\square ABCD = (8 + 2) \times 8 \times \frac{1}{2} = 40(\text{cm})$

$\overline{AB} = \overline{CE} = 8\text{cm}$ 이므로 반원의 반지름은 4cm

따라서 (반원의 넓이) $= \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= (40 - 8\pi)\text{cm}^2$

28. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 6cm 인
정사각형이다. $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할
때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{9}{2}\text{cm}$ ② $\frac{25}{2}\text{cm}$ ③ 13cm
 ④ $\frac{27}{2}\text{cm}$ ⑤ $\frac{15}{4}\text{cm}$

해설

$$\overline{EP} = \overline{EB} = x$$

$$\overline{AE} = 6 - x$$

$\triangle AED$ 에서

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$$

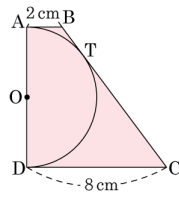
$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$$

$$24x = 36$$

$$x = \frac{3}{2}\text{cm}$$

$$\text{따라서 } \overline{AE} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

29. 그림에서 $\overline{AD}$ 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원에 접한다. 이 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?

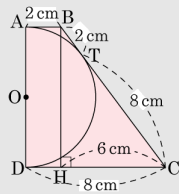


[배점 5, 중상]

- ① 21cm ② 28cm ③ 31cm
④ 35cm ⑤ 40cm

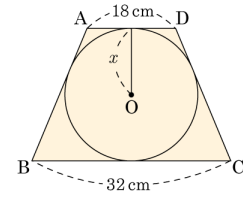
해설

점 B 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.



$\overline{AB} = \overline{BT}$, $\overline{DC} = \overline{CT}$
 $\overline{CH} = 6$, $\overline{BC} = \overline{BT} + \overline{CT} = 10(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm}) \therefore \overline{AD} = \overline{BH} = 8\text{cm}$
 따라서, $\square ABCD$ 둘레는 $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{BC} = 2 + 8 + 8 + 10 = 28(\text{cm})$

30. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 32\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?

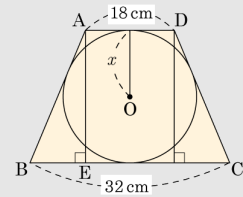


[배점 5, 중상]

- ① 12cm ② 13cm ③ 14cm
④ 15cm ⑤ 18cm

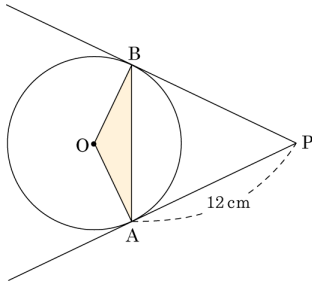
해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = 18 + 32 = 50(\text{cm})$
 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
 $\therefore \overline{AB} = 25(\text{cm})$



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
 $\overline{BE} = 7(\text{cm}) \therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\text{cm})$
 $\therefore x = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm})$

31. 다음 그림에 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle APB = 60^\circ$, $\overline{AP} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이는?



[배점 5, 중상]

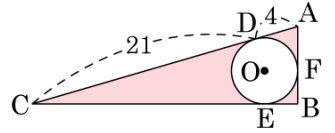
- ① 4cm^2 ② $8\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ 10cm^2
 ④ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $36\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\triangle PAB$ 는 정삼각형이므로

$$\triangle PAB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 = 36\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

32. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① $64 - \frac{9}{4}\pi$ ② $72 - 4\pi$
 ③ $84 - 9\pi$ ④ $90 - \frac{9}{4}\pi$
 ⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$

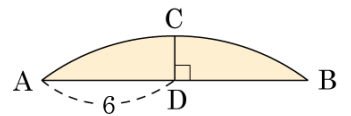
$$(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$$

$$\therefore x = 3$$

따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$

그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

33. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다.



$\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

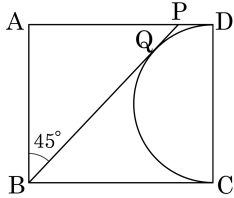
해설

원의 중심 O 과 점 D, 점 A 를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{ 에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

34. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 선분 CD 를 지름으로 반원을 그린 것이다. 점 B 에서 반원에 그은 접선과 반원이 접하는 점을 Q 라 하고 접선과 선분 AD 가 만나는 점을 P 라 한다. $\overline{AB} = 6$, $\angle ABP = 45^\circ$ 일 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

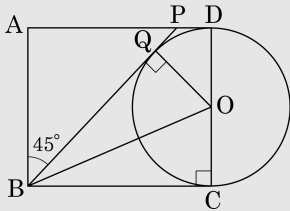
▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + 3\sqrt{2}$

▷ 정답 : $3(1 + \sqrt{2})$

해설

$\overline{AB} = 6$, $\angle ABP = 45^\circ$ 이므로 $\overline{AP} = 6$, $\overline{BP} = 6\sqrt{2}$



그림과 같이 반원의 중심을 O 라 하고 보조선 OQ 를 그으면 삼각형 BOQ 와 삼각형 BOC 는 선분 BO 을 공통빗변으로 하고 $\overline{OQ} = \overline{OC} = 3$ (원의 반지름) 인 직각삼각형이다.

이 때 $\overline{PD} = x$ 라 하면 $\overline{BQ} = 6\sqrt{2} - x$, $\overline{BC} = 6 + x$ 피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{BO}^2 = (6\sqrt{2} - x)^2 + 3^2 = (6 + x)^2 + 3^2$$

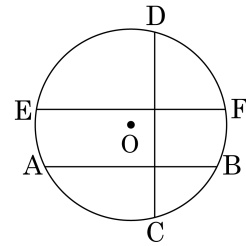
$$72 - 12\sqrt{2}x + x^2 = 36 + 12x + x^2$$

$$(12 + 12\sqrt{2})x = 36$$

$$\therefore x = 3\sqrt{2} - 3$$

$$\therefore \overline{AD} = 6 + 3\sqrt{2} - 3 = 3 + 3\sqrt{2}$$

35. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현이 그어져 있다. 현 AB 가 원의 중심 O 로부터 α cm 만큼 떨어져 있고 현 CD 는 현 AB 보다 β cm 만큼 가깝게 떨어져 있고 현 EF 는 현 CD 보다 $\frac{\beta}{2}$ cm 만큼 가깝게 떨어져 있다. 세 현의 길이가 각각 $2\sqrt{10}$ cm, $2\sqrt{22}$ cm, 10cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\alpha > 0$, $\beta > 0$)



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

$$\overline{OL} = \alpha, \overline{OM} = \alpha - \beta, \overline{ON} = \alpha - \frac{3}{2}\beta$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle OAL$, $\triangle OCM$, $\triangle OEN$ 에서 각각 피타고라스의 정리를 이용하면

$$r^2 = \alpha^2 + (\sqrt{10})^2 \dots ①$$

$$r^2 = (\alpha - \beta)^2 + (\sqrt{22})^2 \dots ②$$

$$r^2 = (\alpha - \frac{3}{2}\beta)^2 + 5^2 \dots ③$$

$$② - ① \text{ 을 하면 } \beta^2 - 2\alpha\beta + 12 = 0 \dots ④$$

$$③ - ② \text{ 을 하면 } \frac{5}{4}\beta^2 - \alpha\beta + 3 = 0 \dots ⑤$$

$$④, ⑤ \text{ 에 의하여 } \beta^2 = 4 \therefore \beta = 2 (\because \beta > 0)$$

$$\text{이를 ④에 대입하면 } \alpha = 4$$

$$\text{이를 ①에 대입하면 } r^2 = 26$$

$$\therefore r = \sqrt{26} (\because r > 0)$$

