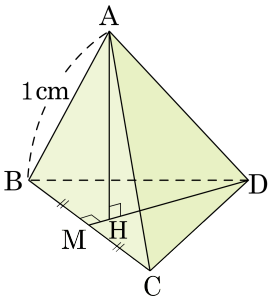
확인학습문제

1. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1 cm 인 정사면체 A – BCD 의 부피는?
[배점 2, 하중]



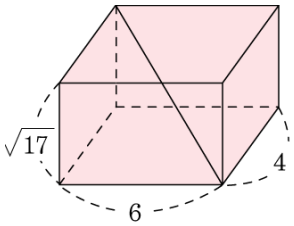
① $\frac{1}{12}\,\mathrm{cm}^3$
② $\frac{\sqrt{2}}{12}\,\mathrm{cm}^3$
③ $\frac{1}{6}\,\mathrm{cm}^3$
④ $\frac{\sqrt{5}}{12}\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $\frac{\sqrt{6}}{12}\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\overline{\mathrm{AH}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\overline{\mathrm{DM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\triangle\mathrm{DBC}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 1=\frac{\sqrt{3}}{4}$

$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{12}(\mathrm{cm}^3)$

2. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이를 구하여라.



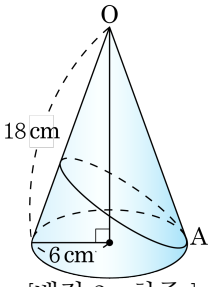
[배점 2, 하중]

▶ 답 :
▷ 정답 : $\sqrt{69}$

해설

$\sqrt{6^2+4^2+(\sqrt{17})^2}=\sqrt{36+16+17}=\sqrt{69}$

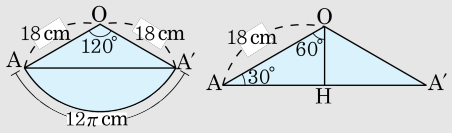
3. 다음은 모선의 길이가 18 cm 이고, 밑변의 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔을 그린 것이다. 점 A 를 출발하여 원뿔의 옆면을 지나 다시 점 A 로 돌아오는 최단거리는 몇 cm 인가?



[배점 2, 하중]

① $18\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{3}$ ③ $20\sqrt{3}$
④ $21\sqrt{3}$ ⑤ $22\sqrt{3}$

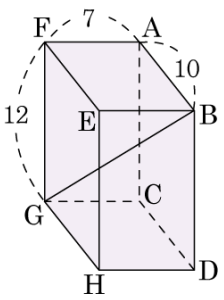
해설



$\angle\mathrm{AOA}'=x$ 라하면
$2\pi\times 18\times\frac{x}{360^\circ}=2\pi\times 6$
$x=120^\circ$
$\overline{\mathrm{OA}}:\overline{\mathrm{AH}}=2:\sqrt{3}$
$\overline{\mathrm{AH}}=a$ 라하면
$2:\sqrt{3}=18:a,\ a=9\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AA}'}=2\overline{\mathrm{AH}}=18\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

4. 다음 직육면체의 대각선 BG의 길이를 구하면?

[배점 2, 하중]



① $\sqrt{290}$ ② $\sqrt{291}$

③ $\sqrt{292}$ ④ $\sqrt{293}$

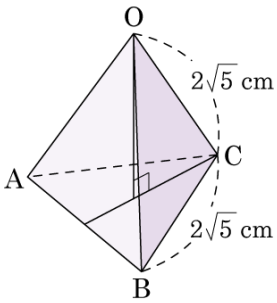
⑤ $\sqrt{294}$

해설

$\overline{BG} = \sqrt{7^2 + 10^2 + 12^2}$

$= \sqrt{49 + 100 + 144} = \sqrt{293}$

5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{5}$cm 인 정사면체의 부피는?



[배점 3, 하상]

① 10cm^3 ② $\frac{5\sqrt{5}}{2}\text{cm}^3$

③ $\frac{10\sqrt{5}}{3}\text{cm}^3$ ④ $\frac{10\sqrt{10}}{3}\text{cm}^3$

⑤ $\frac{5\sqrt{10}}{3}\text{cm}^3$

해설

$\frac{\sqrt{2}}{12} \times (2\sqrt{5})^3 = \frac{10\sqrt{10}}{3}(\text{cm}^3)$

6. 대각선의 길이가 $2\sqrt{6}$ 인 정육면체의 부피는?

[배점 3, 하상]

① $16\sqrt{3}$ ② $16\sqrt{2}$ ③ $8\sqrt{2}$

④ $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

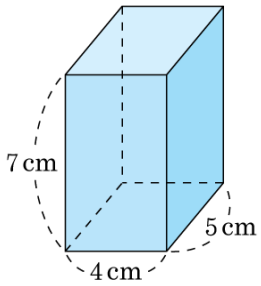
한 모서리의 길이를 x라고 하면

(대각선의 길이) $= \sqrt{3}x = 2\sqrt{6}$, $x = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ (부피) $= (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2}$

7. 다음 그림의 직육면체의 대각선의 길이는 몇 cm 인가?

[배점 3, 하상]



① $4\sqrt{10}$ cm

② 5 cm

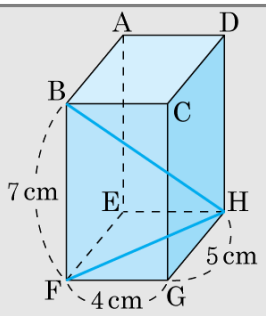
③ $3\sqrt{10}$ cm

④ 3 cm

⑤ $7\sqrt{10}$ cm

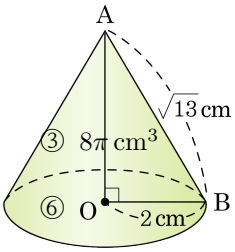
해설

$\therefore \overline{BH} = \sqrt{7^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ (cm)



8. 다음 원뿔의 부피를 구하면?

[배점 3, 하상]



① 2π cm^3 ② 4π cm^3

④ 12π cm^3 ⑤ 24π cm^3

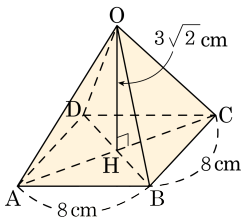
해설

원뿔의 높이 $h = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$ 이다.

따라서 원뿔의 부피 $V = \frac{1}{3} \times 2^2 \times \pi \times 3 = 4\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 밑면의 한 변의 길이가 8 cm 이고 높이가 $3\sqrt{2}$ cm 인 정사각뿔 O – ABCD 에 대하여 $\overline{OA}$ 의 길이를 구하면?

[배점 3, 하상]



① $\sqrt{2}$ cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $3\sqrt{2}$ cm

④ $4\sqrt{2}$ cm ⑤ $5\sqrt{2}$ cm ⑥

해설

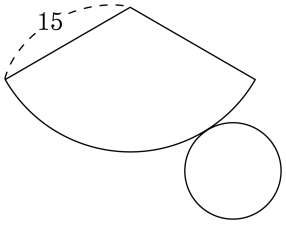
□ABCD 가 정사각형이므로

$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{OA} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

10. 다음 그림의 전개도로 호의 길이가 10π 이고 모선의 길이가 15 인 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이를 구하면?



[배점 3, 하상]

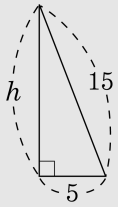
① $10\sqrt{2}$ ② 10 ③ 5

④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

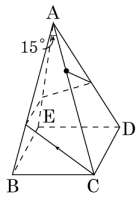
호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같다.

$2\pi r = 10\pi$ 이므로 밑면의 반지름은 5 이다.



위의 그림에서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{15^2 - 5^2} = 10\sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\angle BAC = 15°$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C 에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하면?

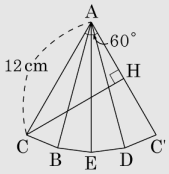


[배점 3, 중하]

① $3\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $5\sqrt{3}\text{cm}$

④ $6\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

해설

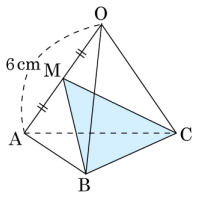


옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.

$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$\therefore \overline{CH} = 12 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

12. 다음 정사면체에서 $\overline{OA}$ 의 중점이 M 이고 $\overline{OA} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이를 구하면?

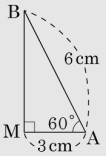


[배점 3, 중하]

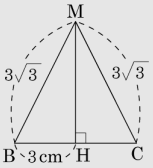
① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $7\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $8\sqrt{2}\text{cm}^2$

④ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설



$\overline{MB} = \overline{MC} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

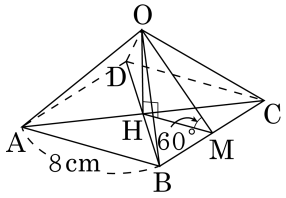


점 M 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{MH} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{27-9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

$(\triangle MBC\text{의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림의 정사각뿔에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{OH} \perp \overline{AC}$, $\angle OMH = 60°$ 일 때, 정사각뿔의 부피를 구하면?



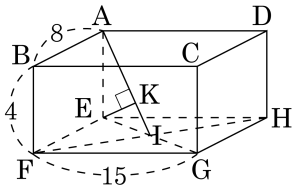
[배점 3, 중하]

① $\frac{32\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ ② $\frac{64\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$
③ $\frac{128\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ ④ $\frac{256\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$
⑤ $\frac{512\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$

해설

$\overline{HM} = 4\text{cm}$
$\overline{HM} : \overline{OH} : \overline{OM} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로
$\overline{OM} = 2\overline{HM} = 8(\text{cm})$
$\overline{OH} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore (\text{부피}) = \frac{1}{3} \times 64 \times 4\sqrt{3} = \frac{256\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$

14. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 I 는 밑면의 대각선의 교점이고, 점 E 에서 $\overline{AI}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 할 때, $\overline{EK}$ 의 길이를 구하면?



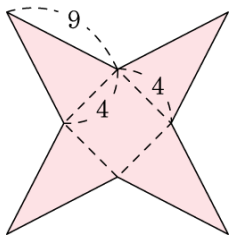
[배점 3, 중하]

① $\frac{66\sqrt{353}}{353}$ ② $\frac{67\sqrt{353}}{353}$ ③ $\frac{68\sqrt{353}}{353}$
④ $\frac{69\sqrt{353}}{353}$ ⑤ $\frac{70\sqrt{353}}{353}$

해설

$\overline{EG} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17 \quad \therefore \overline{EI} = \frac{17}{2}$
$\overline{AI} = \sqrt{4^2 + \frac{17^2}{4}} = \frac{\sqrt{353}}{2}$
$\triangle AEI$ 의 넓이를 이용하면
$\frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EI} = \frac{1}{2} \times \overline{AI} \times \overline{EK}$
$17 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{353}}{2} \times \overline{EK} \quad \therefore \overline{EK} = \frac{68\sqrt{353}}{353}$

15. 다음의 전개도로 만든 입체도형의 부피를 구하면?



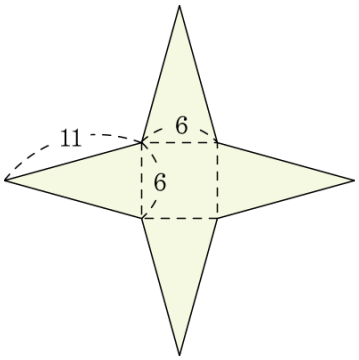
[배점 3, 중하]

① $\frac{14\sqrt{73}}{3}$ ② $\frac{15\sqrt{73}}{3}$
③ $\frac{16\sqrt{73}}{3}$ ④ $\frac{17\sqrt{73}}{3}$
⑤ $\frac{18\sqrt{73}}{3}$

해설

높이를 h, 부피를 V 라 하면
$h = \sqrt{9^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{81 - 8} = \sqrt{73}$
$V = 16 \times \sqrt{73} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{73}}{3}$

16. 다음 그림과 같은 전개도로 만든 정사각뿔의 부피를 구하여라.

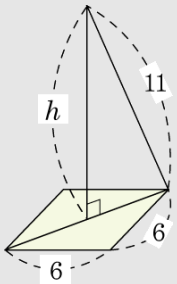


[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $12\sqrt{103}$

해설

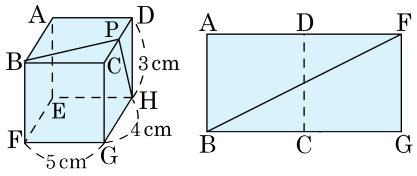


높이를 h, 부피를 V 라 하면

$h = \sqrt{11^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{121 - 18} = \sqrt{103}$

$V = 36 \times \sqrt{103} \times \frac{1}{3} = 12\sqrt{103}$

17. 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 B에서 모서리 CD를 걸쳐 꼭짓점 H에 이르는 최단거리를 전개도에 나타내면 다음과 같다. 전개도 상에서 $\overline{BH}$의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

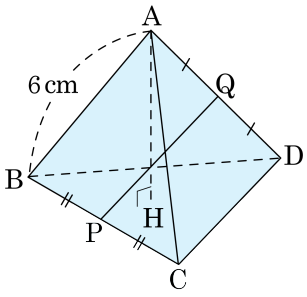
▷ 정답: $4\sqrt{5}$ cm

해설

$\overline{BC} + \overline{CG} = 5 + 3 = 8$ (cm), $\overline{HG} = 4$ (cm)

$\overline{BH} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ (cm)

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정사면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① $\sqrt{2}$ cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $3\sqrt{2}$ cm

④ $4\sqrt{2}$ cm ⑤ $5\sqrt{2}$ cm

해설

$\overline{DP}$ 는 한 변의 길이가 6cm 인 정삼각형의 높이이고, $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이이다.

1) $\overline{DP} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}(\text{cm})$

2) 삼각형의 넓이에서

$\frac{1}{2} \times \overline{DP} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{PQ}$ 이므로 $3\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = 6 \times \overline{PQ}$

$\therefore\ \overline{PQ} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

19. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 1 : 2 : 3 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은? [배점 4, 중중]

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 72

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 1 : 2 : 3 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ (k는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.

대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로

$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$

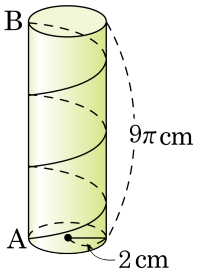
$14k^2 = 224$, $k^2 = 16$

$k > 0$ 이므로 $k = 4$

따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.

따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $3 \times (4 + 8 + 12) = 72$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm, 높이가 9π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 표면을 따라 세 바퀴 감았을 때, 실의 최소 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

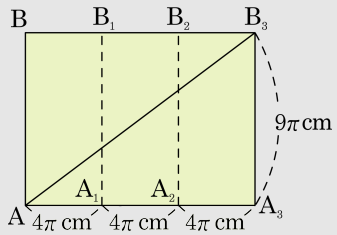
▶ 답:

▷ 정답: 15π cm

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 2 = 4\pi$ (cm)

다음 전개도에서 구하는 실의 길이는 $\overline{AB_3}$ 의 길이이다.



$\therefore \overline{AB_3} = \sqrt{(4\pi + 4\pi + 4\pi)^2 + (9\pi)^2}$

$= \sqrt{225\pi^2} = 15\pi$ (cm)

21. 대각선의 길이가 9 cm 인 정육면체의 겉넓이는 a cm^2 이다. a 의 값은? [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 162

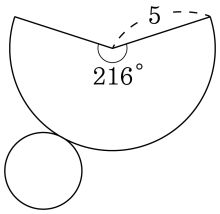
해설

$\sqrt{3}a = 9 \Rightarrow a = 3\sqrt{3}$ cm

겉넓이는 $6 \times (3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}) = 6 \times 27 = 162(\text{cm}^2)$ 이다.

$\therefore a = 162$

22. 다음 그림과 같은 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.

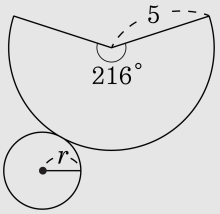


[배점 4, 중중]

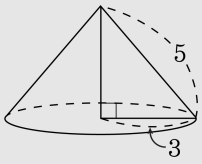
① 3π ② 6π ③ $\frac{15}{2}\pi$

④ 12π ⑤ $\frac{27}{2}\pi$

해설

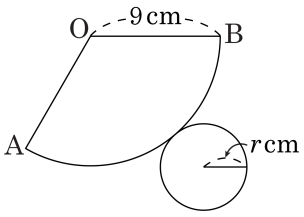


$2\pi r = 10\pi \times \frac{216}{360}$, $\therefore r = 3$



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ 이므로 $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$ 이다.

23. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 6πcm , $\overline{OA} = 9$cm 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?



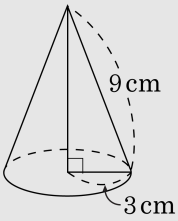
[배점 4, 중중]

① $3\sqrt{2}$cm ② $4\sqrt{2}$cm ③ $5\sqrt{2}$cm

④ $6\sqrt{2}$cm ⑤ $7\sqrt{2}$cm

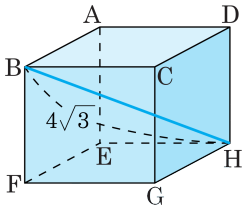
해설

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 3$(cm) 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{81 - 9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$(cm) 이다.

24. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피를 구하여라.



[배점 5, 중상]

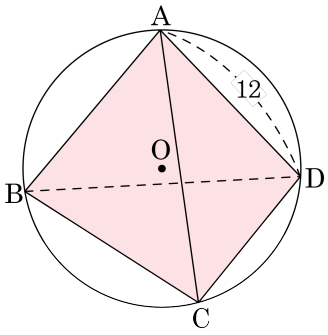
▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면
$\overline{BH} = \sqrt{3}x = 4\sqrt{3}$ $\therefore x = 4$
$\therefore$ (정육면체의 부피) $= 4 \times 4 \times 4 = 64$

25. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



[배점 5, 중상]

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$

④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

$\mathrm{h} = \sqrt{\mathrm{R}^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{\mathrm{R}^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$

따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.