

확인학습문제

1. 삼각형의 세 변의 길이가 다음 보기와 같을 때 직각삼각형이 되는 것을 골라라.

- ㉠. $(1, \sqrt{2}, \sqrt{3})$
 ㉡. $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, 3)$
 ㉢. $(\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5})$
 ㉣. $(2, 3, \sqrt{3})$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

$$\text{㉠. } \sqrt{3}^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2$$

2. 세변의 길이가 다음 보기와 같을 때, 직각삼각형은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $(6, 7, 8)$ ㉤ $(3, 4, 5)$
 ㉡ $(3, 7, 9)$ ㉥ $(5, 12, 13)$
 ㉢ $(6, 7, 10)$ ㉦ $(3, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2개

해설

- ㉤ $(3, 4, 5)$, ㉥ $(5, 12, 13)$

3. 세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 삼각형에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

(단, a 가 가장 긴 변의 길이이다.) [배점 3, 하상]

- ① $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.
 ② $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형이다.
 ③ $a = b$ 이고 $b = c$ 이면 정삼각형이다.
 ④ $a + b \geq c$ 이다.
 ⑤ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

해설

④ 삼각형의 두 변의 합은 항상 나머지 한 변보다 크다.

4. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 예각삼각형을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① 6, 7, 10 ② 4, 4, 5 ③ 8, 15, 17
 ④ 2, 3, 4 ⑤ 3, 4, 5

해설

세 변의 길이가 a, b, c (단, c 는 가장 긴 변)인 삼각형이 예각삼각형이라면 $c^2 < a^2 + b^2$
 ② $5^2 < 4^2 + 4^2$

5. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 ② $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 ③ $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 ④ $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.
 변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고,
 c 가 가장 긴 변이므로
 $c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면
 삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고
 이때, $\angle C > 90^\circ$ 이다.

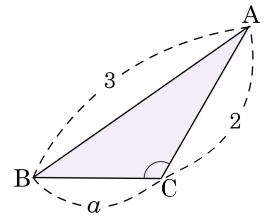
6. 세 변의 길이가 각각 3, a , 5 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는? (단, 가장 긴 변의 길이는 5 이다.) [배점 3, 하상]

- ① $1 < a < 3$ ② $1 < a < 4$ ③ $2 < a < 4$
 ④ $3 < a < 5$ ⑤ $3 < a < 6$

해설

- i) $3 + a > 5, a > 2$
 ii) $3^2 + a^2 < 5^2, a < 4$
 iii) $a < 5$
 $\therefore 2 < a < 4$

7. 다음 그림에서 $\angle C$ 의 크기가 둔각일 때, a 의 값의 범위를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① $1 < a < \sqrt{5}$ ② $1 < a < 2\sqrt{2}$
 ③ $1 < a < 3$ ④ $1 < a < \sqrt{10}$
 ⑤ $1 < a < \sqrt{13}$

해설

삼각형의 결정조건

$$:(3-2) < a < (3+2), 1 < a < 5$$

$$\text{둔각삼각형일 조건: } 3^2 > a^2 + 2^2, a < \sqrt{5}$$

$$\therefore 1 < a < \sqrt{5}$$

8. 세 변의 길이가 7, x , 12 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 정수 x 의 값의 합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 110

해설

i) $x > 12$ 인 경우

$$7 + 12 > x, x < 19$$

$$x^2 > 7^2 + 12^2 = 193, x > \sqrt{193}$$

$$\therefore \sqrt{193} < x < 19$$

$$13 < \sqrt{193} < 14 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = 14, 15, 16, 17, 18$$

ii) $x < 12$ 인 경우

$$7 + x > 12, x > 5$$

$$12^2 > x^2 + 7^2, x^2 < 95, x < \sqrt{95}, x \leq 9$$

$$\therefore 5 < x \leq 9$$

$$\therefore x = 6, 7, 8, 9$$

$$\therefore 6 + 7 + 8 + 9 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 = 110$$

9. 세 변의 길이가 8, x , 17 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 정수 x 의 값의 합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 189

해설

i) $x > 17$ 인 경우

$$8 + 17 > x, x < 25$$

$$x^2 > 8^2 + 17^2 = 353, x > \sqrt{353}$$

$$\therefore \sqrt{353} < x < 25$$

$$18 < \sqrt{353} < 19 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = 19, 20, 21, 22, 23, 24$$

ii) $x < 17$ 인 경우

$$8 + x > 17, x > 9$$

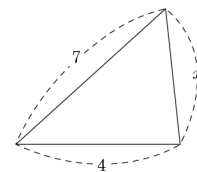
$$17^2 > x^2 + 8^2, x < 15$$

$$\therefore 9 < x < 15$$

$$\therefore x = 10, 11, 12, 13, 14$$

$$\therefore 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 19 + 20 + 21 + 22 + 23 + 24 = 189$$

10. 세 변의 길이가 7, 4, x 인 삼각형 ABC 가 있다. $\triangle ABC$ 가 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위를 구하여라. (단, $3 < x < 7$)



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\sqrt{33} > x > 3$

해설

$$7^2 > x^2 + 4^2, 33 > x^2, \sqrt{33} > x > -\sqrt{33},$$

$$7 > x > 3 \text{ 이므로 } \sqrt{33} > x > 3$$

11. 세 변의 길이가 3, 5, a 인 삼각형이 있을 때, 직각삼각형이 되도록 하는 a 의 값들의 합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4 + \sqrt{34}$

해설

가장 긴 변의 길이가 주어지지 않았으므로 가장 긴 변의 길이를 정해주어야 한다.

3 은 가장 긴 변이 될 수 없으므로, 5 또는 a 가 가장 긴 변의 길이가 된다.

(i) 5 가 가장 긴 변일 경우, $5^2 = 3^2 + a^2, a^2 = 16, a = 4$

(ii) a 가 가장 긴 변일 경우, $a^2 = 3^2 + 5^2 = 34, a = \sqrt{34}$

두 값의 합은 $4 + \sqrt{34}$ 가 된다.

12. 각 변의 길이가 각각 10cm, 12cm, x cm 인 삼각형을 예각삼각형으로 만들려고 할 때, x 의 값은 몇cm 로 해야 하는가? (단, $x > 12$) [배점 3, 중하]

① $12 < x < \sqrt{61}$ ② $12 < x < 2\sqrt{59}$

③ $12 < x < \sqrt{59}$ ④ $12 < x < 2\sqrt{61}$

⑤ $12 < x < 2\sqrt{62}$

해설

$$x^2 < 10^2 + 12^2$$

$$x^2 < 100 + 144 = 244$$

$$x < 2\sqrt{61}$$

13. 세 변의 길이가 4cm, 6cm, a cm 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, 자연수 a 의 최댓값은 ? (단, $a > 6$ 이다.)

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

둔각삼각형이 되려면

$$4^2 + 6^2 < a^2, a^2 > 52$$

$$\therefore a > 2\sqrt{13}$$

또한, 변의 성질에 의하여 $a < 10$

$$\text{따라서 } 2\sqrt{13} < a < 10$$

a 는 자연수이므로 최댓값은 9

14. 가장 짧은 변의 길이가 x 이고, 나머지 두 변의 길이가 각각 15, 17 인 삼각형이 예각삼각형이기 위한 x 의 값의 범위를 구하시오. [배점 4, 중중]

① $8 < x < 15$

② $8 < x < 17$

③ $9 < x < 15$

④ $9 < x < 17$

⑤ $15 < x < 17$

해설

i) $x + 15 > 17, x > 2$

ii) $x^2 + 15^2 > 17^2, x > 8$

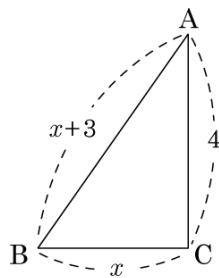
iii) $x < 15$

$$\therefore 8 < x < 15$$

15. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1
 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$



해설

$x + 3$ 이 빗변이므로 $(x + 3)^2 = x^2 + 4^2$ 이 성립한다.

$$\therefore x = \frac{7}{6}$$