

확인학습문제

1. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $y = 2x^2 - 1$
 ② $y = 3x^2$
 ③ $y = -(x-1)^2 + 3$
 ④ $y = \frac{3}{2}(x-3)^2$
 ⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

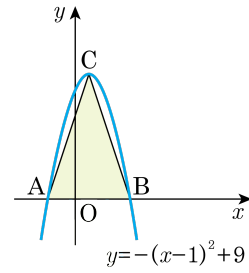
2. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은? [배점 2, 하중]

- ① $x = 2$ ② $x = -2$ ③ $x = 4$
 ④ $x = -4$ ⑤ $x = 6$

해설

$y = 3x^2 - 12x + 1$
 $= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1$
 $= 3(x-2)^2 - 11$
 따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

3. 이차함수 $y = -(x-1)^2 + 9$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 꼭짓점을 C라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

i) x 축과의 교점은 $y = 0$ 일 때 x 의 값이므로
 $-(x-1)^2 + 9 = 0$
 $-x^2 + 2x + 8 = -(x^2 - 2x - 8) = -(x+2)(x-4) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$
 따라서 A의 좌표는 $(-2, 0)$, B의 좌표는 $(4, 0)$
 이고
 C의 좌표는 $(1, 9)$ 이다
 ii) $\triangle ABC = 6 \times 9 \times \frac{1}{2} = 27$

4. 다음 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 이차함수의 그래프는 포물선이다.
 ② 이차함수는 대칭축을 기준으로 좌우 대칭이다.
 ③ 이차함수의 그래프와 축과의 교점은 원점이다.
 ④ 이차함수의 그래프는 직선이 될 수 없다.
 ⑤ 이차함수의 대칭축은 x 축이 될 수 없다.

해설

이차함수의 그래프와 축과의 교점은 절편이다.

5. 포물선 $y = ax^2 + 3x + 2$ 가 x 축과 두 점 A (2, 0), B (b, 0) 에서 만날 때, b 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + 3x + 2 \\ &= a(x-2)(x-b) \\ &= ax^2 + a(-2-b)x + 2ab \\ a(-2-b) &= 3, 2ab = 2, ab = 1 \\ a(-2-b) &= -2a - ab = -2a - 1 = 3 \text{ 이므로} \\ \therefore a &= -2, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

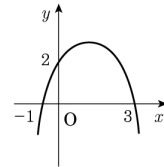
6. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 (2, a) 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 \Rightarrow y = -2(x-3)^2 + 1 \\ a &= -2(2-3)^2 + 1 = -1 \end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수의 식을 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 2$
 ② $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$
 ③ $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$
 ④ $y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x + 2$
 ⑤ $y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x + 2$

해설

$$\begin{aligned} x \text{ 축과의 교점이 } &(-1, 0), (3, 0) \text{ 이므로} \\ y &= a(x+1)(x-3) \\ y \text{ 절편이 } 2 \text{ 이므로 } &2 = a(0+1)(0-3), a = -\frac{2}{3} \\ \therefore y &= -\frac{2}{3}(x+1)(x-3) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 \end{aligned}$$

8. $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

[배점 3, 하상]

- ① $y = -x^2 - 2$ ② $y = -x^2 - 3x - 6$
 ③ $y = -x^2 + 6x - 8$ ④ $y = x^2 + 6x - 8$
 ⑤ $y = -x^2 - 6x + 8$

해설

$$y = -(x-2)(x-4) = -x^2 + 6x - 8$$

9. 이차함수 $y = -2x^2 - 3x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시키면 점 $(2, -8)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$y = -2x^2 - 3x + 2 + m$$

$(2, -8)$ 을 대입하면

$$-8 = -2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 2 + m$$

$\therefore m = 4$ 이다.

10. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는 $y = -3(x-3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로 x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$$\therefore (\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$$

11. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 4$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

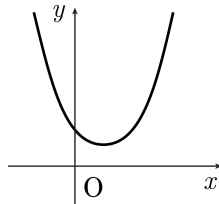
해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 4 = 0$$

$$f(f(1)) = f(0) = -4$$

$$f(f(f(1))) = f(f(0)) = f(-4) = 0$$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?



[배점 3, 중하]

- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
 ② $a > 0, b > 0, c < 0$
 ③ $a > 0, b < 0, c > 0$
 ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
 ⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호
 이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

13. x 축과의 교점이 $(3, 0), (-2, 0)$ 이고, 점 $(1, 6)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① $y = x^2 + x + 6$ ② $y = -x^2 + x + 6$
 ③ $y = x^2 - x + 6$ ④ $y = x^2 + x - 6$
 ⑤ $y = -x^2 - x + 6$

해설

x 축과의 교점이 $(3, 0), (-2, 0)$ 이므로
 $y = a(x - 3)(x + 2)$
 점 $(1, 6)$ 을 지나므로
 $6 = a(1 - 3)(1 + 2), a = -1$
 $\therefore y = -(x - 3)(x + 2) = -x^2 + x + 6$

14. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -5$

▷ 정답 : $-5 > k$

해설

$y = -3x^2 + 6x + 2 + k$
 $= -3(x - 1)^2 + 5 + k$
 x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0, k < -5$ 이다.

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(2, -2), (-4, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$-2 = 4a$
 $\therefore a = -\frac{1}{2}$
 $y = -\frac{1}{2}x^2$
 $b = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-4)^2$
 $\therefore b = -8$
 $\therefore \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-8) = 4$

16. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 5$ 의 그래프는 $y = 3x^2 - 18x - 7$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

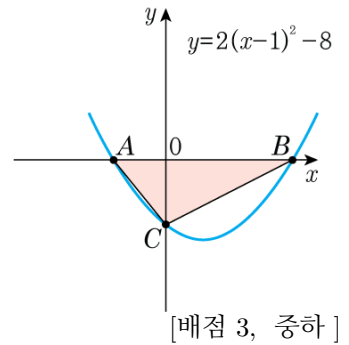
▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

$y = 3x^2 - 18x - 7$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = 3(x - 3)^2 - 34$ 이다.

$y = 3x^2 - 18x + 5$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = 3(x - 3)^2 - 22$ 이므로 $y = 3(x - 3)^2 - 34$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 0, y 축의 방향으로 12만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a + b = 12$ 이다.

17. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2 - 8$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

i) x 축과의 교점은 $y = 0$ 일 때 x 의 값이므로

$$2(x - 1)^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 6$$

$$= 2(x^2 - 2x - 3)$$

$$= 2(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

따라서 A의 좌표는 $(-1, 0)$ B의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

ii) y 축과의 교점은 $x = 0$ 일 때 y 의 값이므로

$$y = 2(0 - 1)^2 - 8 = -6$$

따라서 C 좌표는 $(0, -6)$ 이다.

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12$$

18. 포물선 $y = -2x^2 + 4x - 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점은 $-2x^2 + 4x + 6 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

$$A(3, 0), B(-1, 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 4$$

19. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = x^2 - 2x + 5$ 가 되었다. $2p + q$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$= (x + 1)^2 + 2$$

$$y = x^2 - 2x + 5$$

$$= (x - 1)^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 에서

$(1, 4)$ 로 평행이동하였으므로

$$p = 2, q = 2 \quad \therefore 2p + q = 6$$

20. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이므로

$$y = -2x^2 + 2mx - 6$$

$$= -2(x - 1)^2 + q$$

$$= -2x^2 + 4x - 2 + q$$

$$\therefore 2m = 4, m = 2$$

21. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고, 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② 2 ③ -6 ④ 6 ⑤ 1

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = a(1 + 2)^2 + 3, a = -1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$$

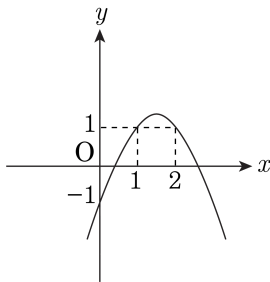
22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 (2, 2) 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 (1, 3) 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 3) 이므로 $y = a(x-1)^2 + 3$
 (2, 2) 를 대입하면 $2 = a + 3$, $a = -1$
 따라서 구하는 식은
 $y = -(x-1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로
 $b = 2, c = 2$
 $a + b + c = 3$

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

세 점 (0, -1), (1, 1), (2, 1) 을 지나는 그래프이다.
 점 (0, -1) 을 지나므로 $-1 = c$
 점 (1, 1) 을 지나므로 $1 = a + b + c$
 점 (2, 1) 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$
 세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로
 $a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

24. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은? [배점 5, 중상]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$ 이다.
 꼭짓점 (2, -3) 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로
 $-3 = 2a + 1$ 이다.
 $\therefore a = -2$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 (0, 1), (1, 2), (-1, 4) 를 지날 때, 꼭짓점은 제 A 사분면 위에 있으며 제 B 사분면과 제 C 사분면을 지나지 않는다. $A + B + C$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

주어진 세 점을 각각 $y = ax^2 + bx + c$ 에 대입한다.
 점 (0, 1) 을 대입하면 $c = 1$
 점 (1, 2) 를 대입하면 $a + b + 1 = 2$
 즉, $a + b = 1$ ㉠
 점 (-1, 4) 를 대입하면 $a - b + 1 = 4$
 즉, $a - b = 3$ ㉡
 ㉠ + ㉡에서 $2a = 4$
 $\therefore a = 2$, $b = -1$
 $\therefore y = 2x^2 - x + 1$
 $= 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) + 1$
 $= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$
 따라서, 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 제 1사분면 위에 있으며 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록 즉, 제 1, 2 사분면을 지난다.
 따라서 $A = 1, B = 3, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 1 + 3 + 4 = 8$ 이다.