

확인학습문제

1. 이차함수 $y = 3(x-1)^2 - 3$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프이다. a, b 를 각각 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a = 1$

▶ 정답: $b = -3$

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 3(x-a)^2 + b$ 이므로 $a = 1, b = -3$ 이다.

2. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 축의 방정식이 $x = 5$ 가 되도록 하는 것은? [배점 2, 하중]

① x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동

② x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동

③ y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동

④ x 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동

⑤ y 축의 방향으로 -5 만큼, x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 축의 방정식은 $x = p$ 이므로 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동하면 축의 방정식이 $x = 5$ 가 된다.

3. 평행이동에 의하여 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은? [배점 3, 하상]

① $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

④ $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 같지 않은 것을 찾는다.

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $(1, k)$ 를 지날 때, k 의 값은? [배점 3, 하상]

① -2

② 0

③ 1

④ -1

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

x 축으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2$ 이고
이것이 $(1, k)$ 를 지나므로
 $\therefore k = -\frac{1}{2}(2)^2 = -2$

5. $y = -2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
 &= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉠}} \\
 &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉡}} \\
 &= 2(x+1)^2 - 3 - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉢}} \\
 &= 2(x+1)^2 - 4 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉣}}
 \end{aligned}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

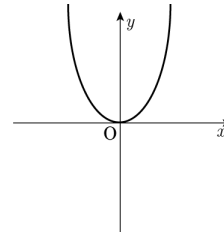
해설

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
 &= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉠}} \\
 &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉡}} \\
 &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉢}} \\
 &= 2(x+1)^2 - 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{\text{㉣}}
 \end{aligned}$$

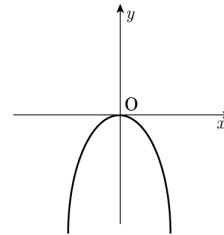
따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉢이다.

6. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프는? [배점 3, 하상]

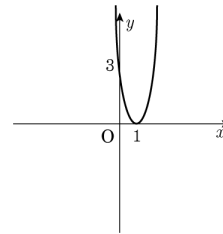
①



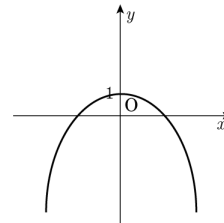
②



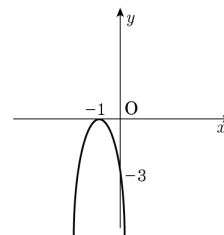
③



④



⑤



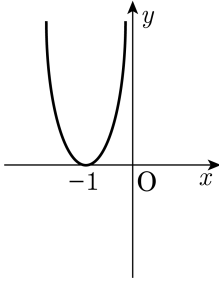
해설

x 축의 방향으로 +1 만큼 평행이동한 그래프는 $y = 3(x-1)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 0) 이다.

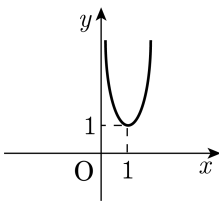
따라서 그래프는 ③이다.

7. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프는?
[배점 3, 하상]

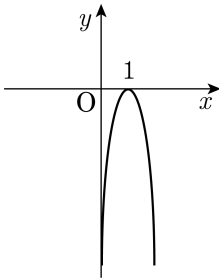
①



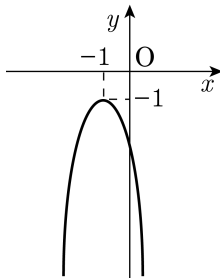
②



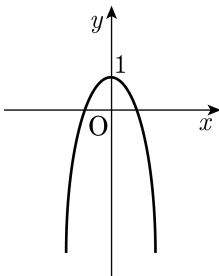
③



④



⑤



해설

x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프는

$y = -2(x + 1)^2 - 1$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$ 이다.

따라서 그래프는 ④이다.

8. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 치역은?
[배점 3, 중하]

① $\{y \mid y \geq 1\}$

② $\{y \mid y \leq 1\}$

③ $\{y \mid y \geq -2\}$

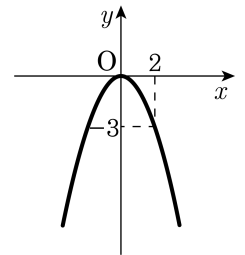
④ $\{y \mid y \leq -2\}$

⑤ $\{y \mid y \geq 0\}$

해설

정의역은 모든 실수이나, 실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 치역은 $\{y \mid y \geq 1\}$ 이다.

9. 다음 그림의 포물선의 식은?
[배점 3, 중하]



① $y = -\frac{2}{3}x^2$

② $y = \frac{3}{2}x^2$

③ $y = -\frac{3}{4}x^2$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$

해설

꼭짓점이 원점이고, $(2, -3)$ 을 지나며 위로 볼록한 포물선은 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 다.

10. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $a = -5$

해설

$$y = 2x^2 + 4x - 2$$

$$= 2(x+1)^2 - 4$$

이 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

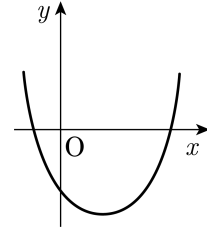
$$y = 2(x+4)^2 - 4$$

점 $(a, -2)$ 를 지나므로

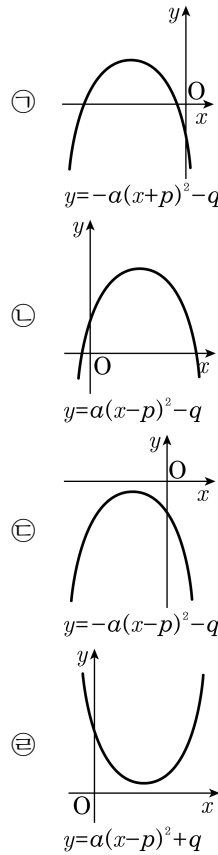
$$-2 = 2(a+4)^2 - 4$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

11. 다음은 이차함수의 $y = 3a(x+p)^2 - q$ 의 그래프이다. 이 이차함수와 a, p, q 의 부호가 모두 같은 이차함수의 그래프를 보기에서 골라라.



보기



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$y = 3a(x+p)^2 - q$ 의 그래프에서

$3a > 0$, $a > 0$ 이고 $-p > 0$, $p < 0$ 이고 $-q < 0$, $q > 0$ 이다.

㉢의 $y = -a(x-p)^2 - q$ 의 그래프에서 $-a < 0$, $a > 0$ 이고 $p < 0$ 이고

$-q < 0$, $q > 0$ 이므로

두 그래프의 a, p, q 의 부호가 모두 같다.

12. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 하면 점 $(2, 18)$ 을 지난다. q 의 값을 구하면?
[배점 3, 중하]

① -6 ② -3 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + q \text{ 가 } (2, 18) \text{ 을 지나므로,} \\ 18 &= 3 \times 2^2 + q \\ 18 &= 12 + q \\ \therefore q &= 6 \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?
[배점 4, 중중]

① $y = -x^2$ ② $y = -\frac{1}{2}x^2$
③ $y = -2x^2$ ④ $y = \frac{1}{2}x^2$
⑤ $y = x^2$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 \text{ 의 } y \text{ 대신에 } -y \text{ 를 대입하면} \\ y &= -2x^2 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

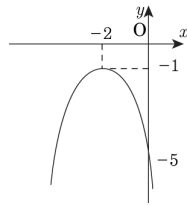
14. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-4)^2$, $y = \frac{1}{3}x^2 - 4$ 의 그래프에 대해 설명한 것으로 옳지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

① 꼭짓점의 좌표가 서로 다르다.
② $y = -1$ 인 직선과 만난다.
③ 대칭축이 서로 다르다.
④ 모두 x 축과 만난다.
⑤ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-4)^2 \text{ 는 } y = \frac{1}{3}x^2 \text{ 을 } x \text{ 축으로 4 만큼} \\ &\text{평행이동한 것이고} \\ y &= \frac{1}{3}x^2 - 4 \text{ 은 } y = \frac{1}{3}x^2 \text{ 을 } y \text{ 축으로 -4 만큼} \\ &\text{평행이동한 것이다.} \end{aligned}$$

15. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① 이차함수 그래프의 식은 $y = -(x - 2)^2 - 1$ 이다.
- ② 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ③ 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 점 $(1, -10)$ 을 지난다.
- ⑤ 치역은 $\{y \mid y \leq -5\}$ 이다

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로

$$y = a(x + 2)^2 - 1$$

$(0, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = 4a - 1$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 2)^2 - 1$$