

확인학습문제

1. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은?

[배점 2, 하중]

① $y = -4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = -2x^2$

해설

아래로 볼록하려면 (x^2 의 계수) > 0 이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁을 때, 보기에서 a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

보기

$\frac{1}{4}, -3, -\frac{1}{4}, \frac{5}{2}, 3, 4$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: -3

▶ 정답: $\frac{5}{2}$

▶ 정답: 3

▶ 정답: 4

해설

a 의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁다. a 의 절댓값이 2보다 큰 것은 $-3, \frac{5}{2}, 3, 4$ 이다.

3. 다음 중 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 2$

㉡ $xy = 10$

㉢ $y = x^2 - 1$

㉣ $y = \frac{1}{x^2} + 2x - 3$

㉤ $y = -2x^2 + 3x + 1$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉤

해설

㉠ 상수함수

㉡ $y = \frac{10}{x}$ 분수함수

㉢ 분수함수

4. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 4$ 에서 $f(-2) + f(3)$ 의 값은?

[배점 2, 하중]

① 1

② 5

③ 13

④ 23

⑤ 33

해설

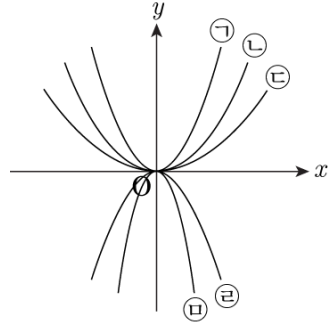
$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) + 4 = 4$

$f(3) = 3^2 + 2 \times 3 + 4 = 19$

$\therefore f(-2) + f(3) = 4 + 19 = 23$

5. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 값이 가장 큰 것은?

[배점 3, 하상]



- ① ① ② ②
③ ③ ④ ④
⑤ ⑤

해설

$a > 0$ 이고 y 축에 가까울수록 값이 크다.

6. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은? [배점 3, 하상]

- ① $y = (x-1)^2 + 3$ ② $y = (x+1)^2 + 3$
③ $y = x^2 + 2$ ④ $y = x^2 + 3$
⑤ $y = 3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 = a \times (-1)^2$, $a = 3$
 $\therefore y = 3x^2$

7. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $3x^2 + 1 = 0$
② $y = -x^2 + 5x + 2$
③ $y = (x-1)(x+3) - x^2$
④ $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)
⑤ $y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{7}{8}$

해설

① $3x^2 + 1 = 0$ 은 이차방정식이다.
③ $y = (x-1)(x+3) - x^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

8. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + a$ 에서 $f(-2) = -15$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -4 ② -3 ③ 2 ④ 9 ⑤ 11

해설

$f(-2) = -(-2)^2 + 3(-2) + a$
 $= -4 - 6 + a = -10 + a = -15$
 $\therefore a = -5$
 $f(x) = -x^2 + 3x - 5$
 $f(2) = -2^2 + 3 \times 2 - 5 = -4 + 6 - 5 = -3$

9. x 축에 대해 대칭인 것끼리 짝지은 것은?

- ㉠ $y = -2x^2$
 ㉡ $y = -\frac{1}{4}x^2$
 ㉢ $y = -\frac{1}{3}x^2$
 ㉣ $y = 3x^2$
 ㉤ $y = \frac{1}{2}x^2$ ㉥ $y = \frac{1}{4}x^2$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉤ ② ㉡, ㉥ ③ ㉢, ㉣
 ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉥

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

10. $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되기 위한 조건은?

[배점 3, 하상]

- ① $a \neq 0$ ② $b \neq 0$
 ③ $c \neq 0$ ④ $b^2 - 4ac = 0$
 ⑤ $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0이 아니어야 이차함수이다.
 $\therefore a \neq 0$

11. $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하면 점 $(2, m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $m = -7$

해설

$y = -x^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지나므로
 $m = -2^2 - 3 \therefore m = -7$

12. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
 ② 아래로 볼록하다.
 ③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y 축이다.
 ④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

- ① 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$
 ② 위로 볼록하다.
 ④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 감소한다.

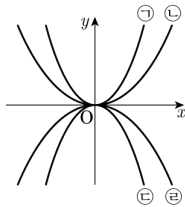
13. 다음 중 이차함수 $y = ax^2$ ($a < 0$) 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.
- ④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 는 감소한다.
- ⑤ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

해설

④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 도 증가한다.

14. 다음 그림은 $y = ax^2$ 의 그래프이다. a 의 값이 가장 큰 것을 찾아라.



[배점 3, 중하]

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. 따라서 a 의 값이 가장 큰 것은 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프이다.

15. $y = ax^2$ 일 때, $x = 3$ 일 때, $y = -18$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} -18 &= a \times 3^2 \\ -18 &= 9a \\ \therefore a &= -2 \end{aligned}$$

16. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ② 대칭축은 x 축이다.
- ③ 이차함수 $y = -x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.
- ⑤ 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

해설

② 대칭축은 y 축($x = 0$)이다.

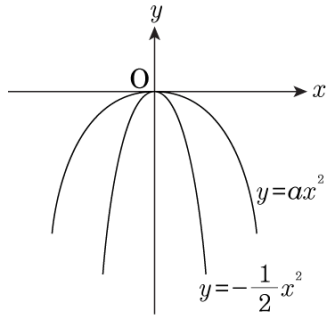
17. 다음 보기 중 $y = 2x^2$ 과 서로 x 축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$
 ④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = x^2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차 함수를 찾는다.

18. 포물선 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축과 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?



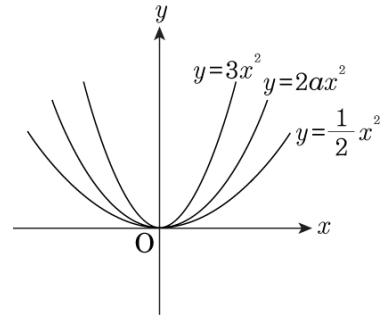
[배점 4, 중중]

- ① $-\frac{1}{2} < a < 0$ ② $a > -\frac{1}{2}$
 ③ $0 < a < \frac{1}{2}$ ④ $a > \frac{1}{2}$
 ⑤ $a \geq -\frac{1}{2}$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에서 위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$, a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 $-\frac{1}{2} < a < 0$

19. 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2ax^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 다음과 같다. 상수 a 의 값의 범위가 $m < a < n$ 일 때, $m + n$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$$\frac{1}{2} < 2a < 3 \text{ 이므로 } \frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$$

$$\therefore m = \frac{1}{4}, \quad n = \frac{3}{2}$$

$$\therefore m + n = \frac{7}{4}$$

20. 다음 포물선을 폭이 좁은 것부터 차례로 기호로 나열한 것은?

(가) $y = -x^2$

(나) $y = -5x^2$

(다) $y = -\frac{1}{2}x^2$

(라) $y = -\frac{5}{4}x^2$

[배점 4, 중중]

① (가)-(나)-(다)-(라)

② (나)-(라)-(가)-(다)

③ (다)-(나)-(가)-(라)

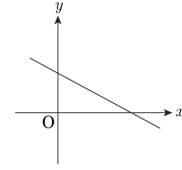
④ (나)-(가)-(라)-(다)

⑤ (라)-(나)-(다)-(가)

해설

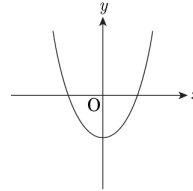
$y = ax$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

21. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?

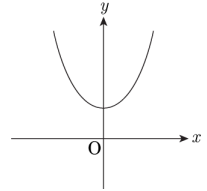


[배점 4, 중중]

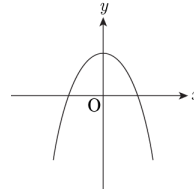
①



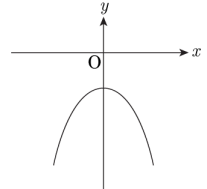
②



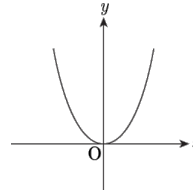
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0$, $b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

22. 함수 $f: R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은? (단, R 은 실수)
[배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로
 $a^2 - a - 2 = 4, a^2 - a - 6 = 0, (a-3)(a+2) = 0$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$
 한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

23. 다음 보기 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

ㄱ. $y = 2x(x-1)$
 ㄴ. $y = \frac{x}{3} - 4$
 ㄷ. $y = -3x^2 + 7$
 ㄹ. $y = 2x^3 + x^2 - 5$
 ㅁ. $y = \frac{5}{x^2}$
 ㅂ. $y = \frac{x^2 + 2}{3}$

[배점 4, 중중]

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄷ, ㅂ
 ③ ㄴ, ㄹ, ㅁ ④ ㄷ, ㄹ, ㅂ
 ⑤ ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a \neq 0$ 이면 이차함수
 이차함수인 것은 ② ㄱ, ㄷ, ㅂ이다.

24. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 점은?

보기

㉠ $(2, -4)$ ㉡ $(-4, 16)$
 ㉢ $(3, 9)$ ㉣ $(-4, -32)$
 ㉤ $(4, -2)$

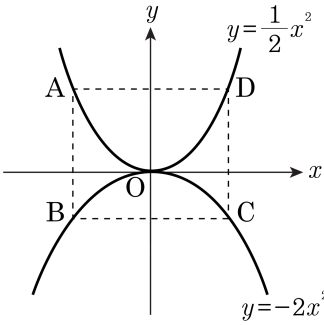
[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a, f(5) = 25a$
 이므로
 $25a - a = -24, 24a = -24, a = -1 \therefore f(x) = -x^2$
 ㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \therefore (2, -4)$
 ㉣ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \therefore (-4, -16)$
 따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉣이다.

25. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D가 있다. 이 때, □ABCD는 정사각형일 때, 점 A의 y 좌표는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{25}$ ② $\frac{4}{25}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{11}{25}$

해설

점 A의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라고 하면
 $B(a, -2a^2)$, $D(-a, \frac{1}{2}a^2)$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AB}$ 이
 므로
 $2a = \left\{ \frac{1}{2}a^2 - (-2a^2) \right\}$, $a = \frac{4}{5}$ ($\because a \neq 0$) 이다.
 따라서 점 A의 y 좌표는 $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}$
 이다.