

확인학습문제

1. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점인 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 2, 하중]

- ① 원점을 지난다.
 ② 아래로 볼록하다.
 ③ y 축에 대하여 대칭이다.
 ④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.
 ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

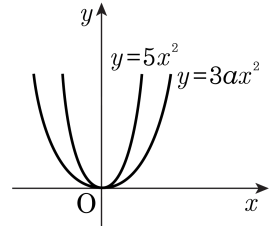
2. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ 일 때, $f(-3) - 2f(0)$ 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① 13 ② -13 ③ 14
 ④ -14 ⑤ 15

해설

$x = -3$ 을 대입하면 $y = -16$ 이고, $x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$ 이므로 $f(-3) - 2f(0) = -16 + 2 = -14$ 이다.

3. 이차함수 $y = 3ax^2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a 의 값의 범위는?



[배점 3, 하상]

- ① $a > \frac{5}{3}$ ② $0 < a < \frac{5}{3}$
 ③ $a = \frac{5}{3}$ ④ $0 < a < 1$
 ⑤ $1 < a < \frac{5}{3}$

해설

$0 < 3a < 5$ 이므로
 $0 < a < \frac{5}{3}$

4. 다음 포물선 중에 폭이 가장 넓은 것은?

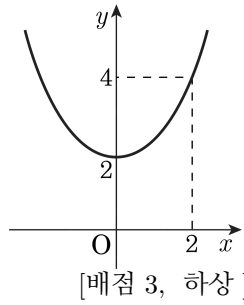
[배점 3, 하상]

- ① $y = x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$
 ③ $y = -\frac{1}{3}x^2$ ④ $y = -\frac{5}{4}x^2$
 ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

5. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a, 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)



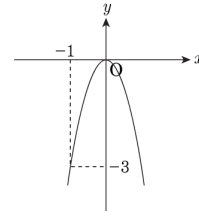
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2 + 2$ 가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로 $4 = a \times 2^2 + 2 \therefore a = \frac{1}{2}$
 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(a, 10)$ 을 지나므로
 $10 = \frac{1}{2}a^2 + 2$
 $\therefore a = 4 (\because a > 0)$

6. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $(-1, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times (-1)^2, a = -3$
 $\therefore y = -3x^2$

7. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 일 때, $f(2) + f(-1)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 에서 $f(2) = 1, f(-1) = -2$
 $\therefore f(2) + f(-1) = -1$

8. 다음 중 이차함수인 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -x(x+2) + 1$

㉡ $y = (x+1)^2 - x^2$

㉢ $y = 0x^2 - 3x + 1$

㉣ $y = \frac{1}{2}x - 1$

㉤ $y = -2x^2$

㉥ $y = -\frac{3}{x^2}$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉠ $y = (x+1)^2 - x^2 = 2x + 1$ (일차함수)

㉡ $y = 0 \times x^2 - 3x + 1 = -3x + 1$ (일차함수)

㉢ $y = \frac{1}{2}x - 1$ (일차함수)

㉤ $y = -\frac{3}{x^2}$ (분수함수)

9. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + a$ 에서 $f(-2) = -15$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -4 ② -3 ③ 2 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} f(-2) &= -(-2)^2 + 3(-2) + a \\ &= -4 - 6 + a = -10 + a = -15 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -5$$

$$f(x) = -x^2 + 3x - 5$$

$$f(2) = -2^2 + 3 \times 2 - 5 = -4 + 6 - 5 = -3$$

10. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 일 때, $2f(1) - f(-1) \cdot f(2)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -14

해설

$f(1) = 2$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 3$ 이므로 $2f(1) - f(-1)f(2) = 4 - 18 = -14$ 이다.

11. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

① 지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y

② 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y

③ 윗변의 길이가 $2x$, 아랫변의 길이가 $3x$,
높이가 3 인 사다리꼴의 넓이 y

④ 밑변의 반지름의 길이가 x , 높이가 10 인
원뿔의 부피 y

⑤ 시속 x km 로 3 시간동안 달린 거리 y

해설

① $y = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \pi$ 이므로 이차함수이다.

② $y = x^2$ 이므로 이차함수이다.

③ $y = \frac{3}{2}(2x + 3x)$ 이므로 이차함수가 아니다.

④ $y = \frac{10}{3}x^2 \pi$ 이므로 이차함수이다.

⑤ $y = 3x$ 이므로 이차함수가 아니다.

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하면? (단, $a < 0$)
[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ 2
④ -2 ⑤ $-\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 의 그래프가 점 } (a, a^2 - 9) \text{ 를 지나므로} \\ a^2 - 9 = -\frac{1}{2}a^2 \\ \frac{3}{2}a^2 = 9 \\ a^2 = 6 \\ a < 0 \text{ 이므로 } a = -\sqrt{6} \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 점 $(3, -9)$ 를 지난다.
② 위로 볼록한 그래프이다.
③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.
④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
⑤ 항상 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

14. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
② 대칭축은 x 축이다.
③ 이차함수 $y = -x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.
④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.
⑤ 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

해설

② 대칭축은 y 축($x = 0$)이다.

15. 이차함수 $y = -5x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
② 위로 볼록한 그래프이다.
③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
④ 점 $(-1, 5)$ 를 지난다.
⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

④ $x = -1$ 일 때, $y = -5$ 를 지난다.

16. 다음 이차함수 중 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은? [배점 3, 중하]

① $y = -\frac{2}{3}x^2$

② $y = 3x^2 + 3$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$

④ $y = -5x^2 + 7$

⑤ $y = -4x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 이차함수를 고른다.

17. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = 3x^2 + 4$

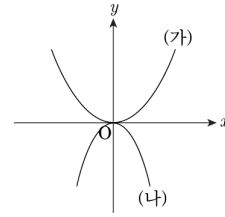
④ $y = -2 - x^2$

⑤ $y = x(10 - x)$

해설

이차항의 계수가 양수이면 아래로 볼록하다.

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 적당한 것은?



[배점 4, 중중]

① $y = -2ax^2$

② $y = -ax^2$

③ $y = 2ax^2$

④ $y = -\frac{1}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{1}{2}ax^2$

해설

$y = bx^2, b < 0$

$|b| > |a|$

19. 이차함수 $y = \frac{4}{5}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 1)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $-\sqrt{5}$

해설

$y = \frac{4}{5}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 1)$ 를 지나므로

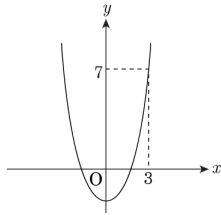
$a^2 - 1 = \frac{4}{5}a^2$

$\frac{1}{5}a^2 = 1$

$a^2 = 5$

$a < 0$ 이므로 $a = -\sqrt{5}$

20. 이차함수 $y = ax^2 - 2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 그래프 위의 점을 모두 골라라. (단, a 는 상수이다.)



- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| ㉠ (0, 2) | ㉡ $(\frac{1}{4}, -\frac{7}{3})$ |
| ㉢ $(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4})$ | ㉣ (-3, 7) |
| ㉤ $(\frac{2}{3}, \frac{14}{9})$ | ㉥ (-1, -1) |

[배점 4, 중중]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :

- ▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉤

해설

점 (3, 7) 을 $y = ax^2 - 2$ 가 지나므로 $7 = 9a - 2, a = 1$ 이다. $y = x^2 - 2$ 이다.

- ㉠ $x = 0$ 일 때, $y = 0 - 2 = -2$ 이다.
 ㉡ $x = \frac{1}{4}$ 일 때, $y = \frac{1}{16} - 2 = -\frac{15}{16}$ 이다.
 ㉤ $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$ 이다.

21. 이차함수 $y = x^2 + x - a$ 의 그래프가 점 (3, 2) 를 지난다고 한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

점 (3, 2) 를 지나므로 $x = 3, y = 2$ 를 대입하면
 $2 = 3^2 + 3 - a, 12 - a = 2 \therefore a = 10$

22. 함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$a^2 - a - 2 = 4, a^2 - a - 6 = 0, (a-3)(a+2) = 0$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

23. 다음 보기 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠. $y = 2x(x - 1)$
 ㉡. $y = \frac{x}{3} - 4$
 ㉢. $y = -3x^2 + 7$
 ㉤. $y = 2x^3 + x^2 - 5$
 ㉥. $y = \frac{5}{x^2}$
 ㉦. $y = \frac{x^2 + 2}{3}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉦
 ③ ㉡, ㉤, ㉥ ④ ㉢, ㉤, ㉦
 ⑤ ㉠, ㉢, ㉥, ㉦

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a \neq 0$ 이면 이차함수 이차함수인 것은 ② ㉠, ㉢, ㉦이다.

24. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

㉠ $y = \frac{1}{2}x^2$	㉡ $y = -2x^2$
㉢ $y = 2x^2$	㉣ $y = -\frac{1}{4}x^2$

[배점 4, 중중]

- ① ㉡과 ㉣의 그래프는 폭이 같다.
 ② 아래로 볼록한 포물선은 ㉠과 ㉢이다.
 ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 ㉣이다.
 ④ ㉡과 ㉣의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
 ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 ㉡, ㉣이다.

해설

- ① $|a|$ 가 같으므로 그래프의 폭이 같다.
 ② $a > 0$
 ③ $|a|$ 의 값이 작은 그래프
 ④ a 의 부호가 반대
 ⑤ ㉡, ㉣은 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

25. 다음은 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다.
옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 0) 이다.
- ② y 축에 대칭인 포물선이다.
- ③ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ 치역은 $\{y|y \leq 0\}$ 이다.
- ⑤ $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점은 (0, 0)
- ④ 치역은 $\{y|y \geq 0\}$

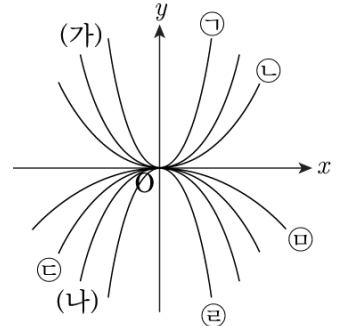
26. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① y 축에 대하여 대칭이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 (0, 0) 이다.
- ④ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점, y 축이 대칭축이다. $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. $\therefore$ ②가 옳지 않다.

27. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2 \cdots$ (가), $y = -x^2 \cdots$ (나)이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?



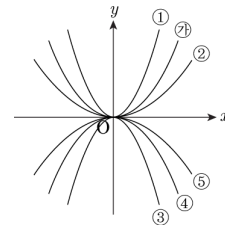
[배점 5, 중상]

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉣
- ⑤ ㉤

해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡이다.

28. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉡는 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



[배점 5, 중상]

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉡ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다. 따라서 ㉤번 그래프이다.

29. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

30. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 점은?

보기

- ㉠ (2, -4) ㉡ (-4, 16)
㉢ (3, 9) ㉣ (-4, -32)
㉤ (4, -2)

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로

$25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ $\therefore f(x) = -x^2$

㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4$ $\therefore (2, -4)$

㉣ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16$ $\therefore (-4, -16)$

따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉣이다.

31. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② -4 ③ 2 ④ -2 ⑤ 9

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

i) $a = 2$ 일 때,

$y = bx^2$ 이 x 축 대칭이므로 $b = -2$ 이므로

$\therefore ab = -4$

ii) $a = -2$ 일 때,

$b = 2$ 이고

$\therefore ab = -4$

32. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $(b, \frac{9}{2})$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$) [배점 5, 중상]

- ① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

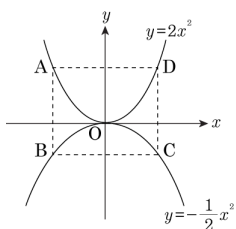
$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $(b, \frac{9}{2})$ 을 대입하면 $a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y = -\frac{1}{2}x^2$

이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

33. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D가 정사각형을 이룰 때, 점 D의 x 좌표는?



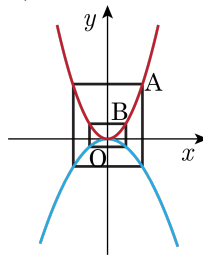
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라고 하면
 $A(-a, 2a^2)$, $B(-a, -\frac{1}{2}a^2)$, $C(a, -\frac{1}{2}a^2)$
 이고, $\overline{DC} = \overline{BC}$ 이므로
 $2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a$, $5a^2 = 4a$, $a = \frac{4}{5}$ ($\because a \neq 0$)

34. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 에 대하여 두 직사각형이 서로 다른 닮음이다. A의 x 좌표를 a , B의 x 좌표를 b 라 할때, ab 의 값을 구하면?



[배점 5, 상하]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{16}{9}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

서로 같지 않는 닮음 이므로 큰 사각형의 가로와 작은 사각형의 세로가 대응변이다.

그러므로 $2a : \frac{3}{2}a^2 = \frac{3}{2}b^2 : 2b$ 에서

$$\frac{9}{4}a^2b^2 = 4ab$$

$$\therefore ab = \frac{16}{9}$$