

확인학습문제

1. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3m - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 이고, 곱이 8 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$\alpha + \beta = 6 = -n, \alpha\beta = 3m - 1 = 8$ 이므로
 $n = -6, m = 3$ 이다.
 $\therefore m + n = -3$

2. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 8 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{8}{3}$ 이므로
 $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta = 2^2 - 3 \times \frac{8}{3} = -4$

3. 두 근이 연속하는 짝수인 다음 이차방정식에서 모든 k 의 값의 합은?

$$x^2 - kx + 24 = 0$$

[배점 3, 하상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha + \alpha + 2 = k$
 $k = 2\alpha + 2$
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$
 $\alpha^2 + 2\alpha - 24 = 0$
 $(\alpha + 6)(\alpha - 4) = 0$
 $\alpha = -6$ 또는 $\alpha = 4$
 따라서 $k = -10$ 또는 $k = 10$ 이다.
 $\therefore (-10) + 10 = 0$

4. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

두 근을 $2\alpha, 3\alpha$ 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$
 $\therefore \alpha = 2$
 $2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$
 $\therefore k = 24$

5. 두 근의 차가 5 인 이차방정식 $x^2 - 3x + 2m - 8 = 0$ 이 있을 때, m^2 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 5$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha - 5 = 3, \alpha = 4$$

$$\alpha(\alpha - 5) = 2m - 8$$

$$-4 = 2m - 8$$

$$m = 2$$

$$\therefore m^2 = 4$$

6. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k + 5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$$2x^2 + kx + 8 = 0$$

[배점 3, 하상]

① $x^2 - 11x + 24 = 0$ ② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$ ④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$$

$$k < 0 \text{ 이므로 } k = -8$$

-8, -3 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은

$$x^2 + 11x + 24 = 0$$

7. 이차방정식 $6x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식의 일차항의 계수는? [배점 3, 하상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{36}$ ⑤ $-\frac{1}{36}$

해설

두 근의 합은 $-\frac{1}{6}$, 두 근의 곱은 $-\frac{1}{6}$
 $-\frac{1}{6}$ 을 중근으로 갖는 이차방정식이므로

$$\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = 0$$

따라서 일차항의 계수는 $\frac{1}{3}$

8. 이차방정식 $(x + 1)(2x - 5) = 0$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고칠 때, a, b, c 의 값은? [배점 3, 중하]

① $a = -2, b = -3, c = -5$

② $a = 2, b = -3, c = -5$

③ $a = -2, b = 3, c = 5$

④ $a = 2, b = 3, c = 5$

⑤ $a = -2, b = 3, c = -5$

해설

$$(x + 1)(2x - 5) = 0$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -3, c = -5$$

9. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) = 2
 $2x^2 - 3x - k = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면
 $8 - 6 - k = 0$
 $\therefore k = 2$

10. 이차방정식 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: 9

해설

$\alpha + \beta = 2\sqrt{3}, \alpha\beta = 1$ 이므로
 $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta$
 $= (2\sqrt{3})^2 - 3 \times 1$
 $= 9$

11. 이차방정식 $2x^2 - x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha + \beta) \times (\alpha\beta)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: 1

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로
 $\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \alpha\beta = 2$ 이다.
 $\therefore (\alpha + \beta) \times (\alpha\beta) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

12. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: 1

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$
 $(2x - 1)(x - 2) = 0$
 $x = 2, x = \frac{1}{2}$
 $\therefore 2 \times \frac{1}{2} = 1$

13. 이차방정식 $x^2 - 6x - m = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\frac{\beta}{\alpha} = 2$ 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: -8

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = -m$
 $\beta = 2\alpha$ 이므로 $\alpha + \beta = 3\alpha = 6$
 따라서 $\alpha = 2, \beta = 4$
 $\therefore m = -\alpha\beta = -8$

14. 이차방정식 $x^2 - (2a + 3)x + a^2 + 3a = 0$ 의 한 근이 다른 한 근의 2 배 일 때, a 의 값은? (a 는 상수)

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② -3 ③ 6
 ④ -3, 6 ⑤ 3, -6

해설

두 근을 각각 $p, 2p$ 라고 하면, 근과 계수와의 관계에 의해 $p + 2p = 2a + 3, 2p^2 = a^2 + 3a \dots \textcircled{1}$
 $3p = 2a + 3, p = \frac{2a + 3}{3}$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $2 \times \left(\frac{2a + 3}{3}\right)^2 = a^2 + 3a, 2(2a + 3)^2 = 9a^2 + 27a$
 정리하면 $a^2 + 3a - 18 = 0, (a + 6)(a - 3) = 0$
 $\therefore a = -6, 3$

15. 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 1 : 2 일 때, 상수 m 의 값들로 이루어진 집합은?

[배점 4, 중중]

- ① $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ② $\left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$
 ③ $\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$ ④ $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$
 ⑤ $\left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면
 $\alpha + 2\alpha = 3m, \alpha = m$
 $\alpha \times 2\alpha = -m + 1$
 $2\alpha^2 = -m + 1$
 $2m^2 + m - 1 = 0$
 $(2m - 1)(m + 1) = 0$
 $\therefore m = \frac{1}{2}$ 또는 $m = -1$