확인학습문제

1. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3m - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 이고, 곱이 8 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$\alpha + \beta = 6 = -n, \alpha\beta = 3m - 1 = 8$ 이므로
 $n = -6, m = 3$ 이다.
 $\therefore m + n = -3$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 12$ ㉡ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 2$
 ㉢ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{2}$ ㉣ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 12$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 2$
 ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 \times 2 = 12$
 ㉡ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 2$
 ㉢ $\frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{2}$
 ㉣ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{12}{2} = 6$

3. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\alpha + \beta = 2$ ② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$
 ③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = \frac{3}{2}$ ④ $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{2}$
 ⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{1}{2}$
 ① $\alpha + \beta = 2$
 ② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$
 ③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 ④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 + (-2) \times \frac{1}{2} = 3$
 ⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

4. 이차방정식 $x^2 - Ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, B 일 때, A, B 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: A = 5

▷ 정답: B = 4

해설

근과 계수의 관계에 의하여
 $4 = 1 \times B$ 이므로 $B = 4$
 $A = 1 + B$ 이므로 $A = 5$ 이다.

5. 이차방정식 $x^2 + 3x - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은? [배점 3, 하상]

- ① $x^2 + 3x - 11 = 0$ ② $x^2 + 3x - 13 = 0$
 ③ $x^2 + x - 13 = 0$ ④ $x^2 + x - 11 = 0$
 ⑤ $x^2 + x - 9 = 0$

해설

$x^2 + 3x - 11 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -11$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
 두 근의 합은 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$
 두 근의 곱은 $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -13$
 $\therefore x^2 + x - 13 = 0$

6. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x = \frac{5}{12}$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

양 변에 12 를 곱하면 $3x^2 + 10x = 5, 3x^2 + 10x - 5 = 0$
 두 근의 합 $a = -\frac{10}{3}$
 두 근의 곱 $b = -\frac{5}{3}$
 $a + b = -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -5$

7. 다음 이차방정식의 두 근의 합은?

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

[배점 3, 하상]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$
 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$
 이를 이용하면 (두 근의 합) $= -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$ 이다.

8. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

$$2x^2 + 6x + 10 = 0$$

[배점 3, 하상]

- ① $\frac{3}{5}$ ② 3 ③ $-\frac{3}{5}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계로부터
 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 5$
 $\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{3}{5}$

9. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 25 ② 29 ③ 36 ④ 47 ⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$
 $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -12 ② -4 ③ 2
 ④ 4 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해
 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2
 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$ 에 대입하면
 $4 - 8 + k = 0 \therefore k = 4$

11. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면? (단, x^2 의 계수는 3 이다.) [배점 3, 중하]

- ① $3x^2 + 13x + 14 = 0$
 ② $3x^2 + 14x + 15 = 0$
 ③ $3x^2 + 15x + 16 = 0$
 ④ $3x^2 + 16x + 17 = 0$
 ⑤ $3x^2 + 17x + 18 = 0$

해설

$3x^2 + 5x - 9 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $\alpha + \beta = -\frac{5}{3}, \alpha\beta = -3$
 $x = -3$ 또는 $x = -\frac{5}{3}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은
 $(x + 3)\left(x + \frac{5}{3}\right) = 0$
 $x^2 + \frac{14}{3}x + 5 = 0$
 x^2 의 계수가 3 이므로 $3\left(x^2 + \frac{14}{3}x + 5\right) = 0$
 따라서 $3x^2 + 14x + 15 = 0$ 이다.

12. 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 5$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 - 2 \times 5 = -6$

13. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -18 ② -6 ③ 6
 ④ 18 ⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터
 $1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$
 $1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$
 $\therefore a - b = 18$

14. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) = 2
 $2x^2 - 3x - k = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면
 $8 - 6 - k = 0$
 $\therefore k = 2$

15. 이차방정식 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\alpha + \beta = 2\sqrt{3}, \alpha\beta = 1$ 이므로
 $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta$
 $= (2\sqrt{3})^2 - 3 \times 1$
 $= 9$

16. 이차방정식 $2x^2 + (a - 1)x + b = 0$ 의 두 근의 합이 4, 곱이 6 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

근과 계수의 관계에 의하여
 $-\frac{(a-1)}{2} = 4$ 이므로 $a = -7$
 $\frac{b}{2} = 6$ 이므로 $b = 12$ 이다.
 따라서 $a + b = -7 + 12 = 5$ 이다.

17. $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 중 α^2, β^2 을 두 근으로 하는 이차방정식은?
[배점 3, 중하]

- ① $x^2 + 6x + 1 = 0$ ② $x^2 - 6x + 1 = 0$
 ③ $x^2 + 6x - 1 = 0$ ④ $x^2 + 3x + 1 = 0$
 ⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -1$ 에서
 $\alpha^2 + \beta^2 = 6, \alpha^2\beta^2 = 1$ 이므로
 $x^2 - 6x + 1 = 0$

18. 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 1:2 일 때, 상수 m 의 값들로 이루어진 집합은?
[배점 4, 중중]

- ① $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ② $\left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$
 ③ $\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$ ④ $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$
 ⑤ $\left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면
 $\alpha + 2\alpha = 3m, \alpha = m$
 $\alpha \times 2\alpha = -m + 1$
 $2\alpha^2 = -m + 1$
 $2m^2 + m - 1 = 0$
 $(2m - 1)(m + 1) = 0$
 $\therefore m = \frac{1}{2}$ 또는 $m = -1$

19. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?
[배점 4, 중중]

- ① $5x^2 + x - 3 = 0$ ② $5x^2 - x - 3 = 0$
 ③ $5x^2 + 3x - 1 = 0$ ④ $5x^2 - 3x - 1 = 0$
 ⑤ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

해설

$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$
 $\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$
 $\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$
 $\therefore x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$
 $\therefore 5x^2 + 3x - 1 = 0$

20. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 해집합이 $\left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: -1

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서
 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 두 근의 곱은 $\frac{1}{a}$
 $-\frac{b}{a} = \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \therefore a = -2, b = 1$
 $\therefore a + b = 1 - 2 = -1$

21. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ 일 때,
 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답:
 ▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터
 $-a = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$
 $b = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$
 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에 $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{3}{8}$ 대입하면
 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$
 따라서 두 근의 합은 $-\frac{-\frac{3}{8}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의
 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때,
 $a + b$ 의 값은?
 [배점 4, 중중]

- ① -3 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ -1

해설

$x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $(k+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$
 $k^2 + 2k - 3 = 0$
 $(k-1)(k+3) = 0$
 $\therefore k = -3$ 또는 $k = 1$
 $-3, 1$ 이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이므로
 $-a = -3 + 1 = -2, a = 2$
 $b = -3 \times 1 = -3, b = -3$
 $\therefore a + b = 2 + (-3) = -1$

23. 이차방정식 $3x^2 + ax + 6b = 0$ 의 해집합이
 $\{2\sqrt{3} + 3, c\}$ 일 때, $ab - c$ 의 값은? (단, a, b 는
 유리수)
 [배점 4, 중중]

- ① $8 + 4\sqrt{2}$ ② $16 + 2\sqrt{3}$ ③ $16 + 3\sqrt{3}$
 ④ $24 + 2\sqrt{3}$ ⑤ $24 + 3\sqrt{2}$

해설

근과 계수의 관계에서 $c = -2\sqrt{3} + 3$
 $-\frac{a}{3} = (2\sqrt{3} + 3) + (-2\sqrt{3} + 3) = 6, a = -18$
 $\frac{6b}{3} = (2\sqrt{3} + 3) \times (-2\sqrt{3} + 3) = -3, b = -\frac{3}{2}$
 $\therefore ab - c = (-18) \times \left(-\frac{3}{2}\right) - (-2\sqrt{3} + 3) =$
 $27 + 2\sqrt{3} - 3 = 24 + 2\sqrt{3}$

24. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A, B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?
[배점 5, 중상]

- ① $x = -2$ 또는 $x = 5$
- ② $x = -3$ 또는 $x = -5$
- ③ $x = -4$ 또는 $x = 6$
- ④ $x = 4$ 또는 $x = -6$
- ⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서, 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

25. 이차방정식 $2x^2 + (a - 1)x + 24 = 0$ 의 두 근이 모두 양수이고, 한 근이 다른 한 근의 3 배일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** -15

해설

두 근을 $\alpha, 3\alpha$ 로 놓으면

$$\alpha \times 3\alpha = \frac{24}{2} \therefore \alpha = 2 (\because \alpha > 0)$$

$$\alpha + 3\alpha = -\frac{a-1}{2} = 8$$

$$a = -15$$