

확인학습문제

1. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\alpha + \beta = 2$ ② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$
 ③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = \frac{3}{2}$ ④ $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{2}$
 ⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 2, \alpha\beta = \frac{1}{2} \\ \text{① } \alpha + \beta &= 2 \\ \text{② } \alpha\beta &= \frac{1}{2} \\ \text{③ } \alpha + \beta - \alpha\beta &= 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ \text{④ } \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 - 2 \times \frac{1}{2} = 3 \\ \text{⑤ } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 8 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 2, \alpha\beta = \frac{8}{3} \text{ 이므로} \\ \alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta = 2^2 - 3 \times \frac{8}{3} = -4 \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $3a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 2 - 3 = -a, a = 1 \\ \alpha\beta &= 2 \times (-3) = -6 = b, b = -6 \\ \therefore 3a + b &= 3 - 6 = -3 \end{aligned}$$

4. x^2 의 계수가 1인 이차방정식의 두 근은 $1 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이 이차방정식의 식은? [배점 3, 하상]

- ① $x^2 - 2x - 2 = 0$
 ② $x^2 - 2x - 1 = 0$
 ③ $x^2 - 2\sqrt{3}x - 4 = 0$
 ④ $x^2 - 2x - 4 = 0$
 ⑤ $x^2 - 4x - 2 = 0$

해설

$$\begin{aligned} \text{두 근의 합은 } 2, \text{ 두 근의 곱은 } -4 \\ \therefore x^2 - 2x - 4 = 0 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $5x^2 + 4\sqrt{3}x - 10 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $25(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta})$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: -74

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -\frac{4\sqrt{3}}{5}, \alpha\beta = -2 \\ \therefore 25\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right) &= 25\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right) \\ &= 25\left(\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}\right) \\ &= -74\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m^3 + n^3$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$\begin{aligned}m + n &= 2, mn = -2 \\ m^2 + n^2 &= (m + n)^2 - 2mn = 8 \\ m^3 + n^3 &= (m + n)(m^2 + n^2) - mn(m + n) \\ &= 2 \times 8 - (-2 \times 2) = 20\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 짝수이다. 두 근의 제곱의 차가 12일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 짝수)로 놓으면

$$\begin{aligned}m &= -2a - 2, n = a^2 + 2a \\ (a + 2)^2 - a^2 &= 12 \text{에서} \\ 4a + 4 &= 12, 4a = 8, a = 2 \\ m &= -2 \times 2 - 2 = -6 \\ n &= 4 + 4 = 8 \\ \therefore n - m &= 8 + 6 = 14\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 $x^2 + 5x + m = 0$ 의 한 근일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 2 &= 0 \text{ 의 두 근의 곱은 } -2 \\ x = -2 \text{ 를 } x^2 + 5x + m &= 0 \text{ 에 대입하면} \\ 4 - 10 + m &= 0 \quad \therefore k = 6\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① -12 ② -4 ③ 2
 ④ 4 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해
 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2
 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$ 에 대입하면
 $4 - 8 + k = 0 \quad \therefore k = 4$

10. 이차방정식 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 3x + 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 4$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \times 4 = 1$

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 5$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 2^2 - 2 \times 5 = -6$

12. 이차방정식 $2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합이 $2x^2 - 5x + a = 0$ 의 근이 될 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$2x^2 - x - 7 = 0$ 의 두 근의 합은 $\frac{1}{2}$ 이다.
 이를 $2x^2 - 5x + a = 0$ 의 x 값에 대입하면
 $\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + a = 0, a = 2$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $(m - n)^2$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -6 ② 0 ③ 3 ④ 18 ⑤ 21

해설

근과 계수의 관계로부터
 $m + n = -3, mn = -3$
 $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn = 9 + 12 = 21$

14. $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}$$

15. 이차방정식 $x^2 + 3x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $(\alpha + \beta)^2 = 9$ ② $\alpha + \beta + \alpha\beta = 9$
 ③ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2}$ ④ $\alpha^2 + \beta^2 = 21$
 ⑤ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = -\frac{1}{12}$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 6$$

① $(\alpha + \beta)^2 = (-3)^2 = 9$
 ② $\alpha + \beta + \alpha\beta = (-3) + 6 = 3$
 ③ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$
 ④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-3)^2 - 2 \times 6 = -3$
 ⑤ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{-3}{36} = -\frac{1}{12}$

16. 이차방정식 $2x^2 + (a - 1)x + b = 0$ 의 두 근의 합이 4, 곱이 6 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

근과 계수의 관계에 의하여
 $-\frac{(a-1)}{2} = 4$ 이므로 $a = -7$
 $\frac{b}{2} = 6$ 이므로 $b = 12$ 이다.
 따라서 $a + b = -7 + 12 = 5$ 이다.

17. 이차방정식 $x^2 + px + 3p - 1 = 0$ 의 해의 집합이 $\{a, -2\}$ 일 때, $p + a$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$x^2 + px + 3p - 1 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면
 $p = -3$
 $x^2 + px + 3p - 1 = 0$ 에 $p = -3$ 을 대입하면
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x - 5)(x + 2) = 0$
 $x = 5$ 또는 $x = -2$
 $\therefore a = 5$
 $\therefore p + a = -3 + 5 = 2$

18. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -10 ② -2 ③ 4
④ 10 ⑤ -4

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$$

19. 이차방정식 $x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28

해설

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = -6 \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 16 + 12 = 28$$

20. 이차방정식 $x^2 + bx + a + 1 = 0$ 의 근이 $-4, -1$ 일 때, $ax^2 - bx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ 0 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 근이 $-4, -1$ 이므로

$$(x + 4)(x + 1) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$a = 3, b = 5$$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

21. 이차방정식 $x^2 - (3a^2 - a - 4)x + a - 1 = 0$ 의 두 근은 절댓값이 같고 부호는 다를 때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

두 근의 절댓값이 같고 부호는 다르므로 (두 근의 합) = 0, (두 근의 곱) < 0 이다.

$$3a^2 - a - 4 = 0$$

$$(3a - 4)(a + 1) = 0$$

$$a = -1, a = \frac{4}{3}$$

두 근의 곱은 $a - 1 < 0$ 이므로 $a < 1$

$$\therefore a = -1$$

22. 이차방정식 $3x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{5}$ 이라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

이차방정식의 한 근이 $2 - \sqrt{5}$ 이면, 다른 한 근은 $2 + \sqrt{5}$ 이므로

두 근의 합은 $\frac{a}{3} = 4, a = 12$

두 근의 곱은 $\frac{b}{3} = -1, b = -3$

$\therefore a - b = 12 - (-3) = 15$

23. 이차방정식 $x^2 + 8x = 2x + m$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(m+6)x^2 + 14x - 15 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. (단, m 은 상수) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 + 8x - 2x - m = 0, x^2 + 6x - m = 0$ 가 중근을 가질 때,

$6^2 - 4x(-m) = 0$ 에서 $m = -9$ 이다.

$-3x^2 + 14x - 15 = 0$

$3x^2 - 14x + 15 = 0$ 에서

두 근의 곱은 $\frac{15}{3} = 5$ 이다.

24. 이차방정식 $5x^2 - 2x - a = 0$ 의 두 근의 곱이 -2 이고 해가 $\frac{k \pm \sqrt{m}}{5}$ 일 때, $m - k$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수, k 와 m 은 유리수) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

(두 근의 곱) $= -\frac{a}{5} = -2$

$\therefore a = 10$

(두 근의 합) $= \frac{2}{5} = \frac{2k}{5}$

$\therefore k = 1$
 $\left(\frac{k + \sqrt{m}}{5}\right) \times \left(\frac{k - \sqrt{m}}{5}\right) = \frac{k^2 - m}{25} =$

$\frac{1 - m}{25} = -2, m = 51$

$\therefore m - k = 51 - 1 = 50$

25. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $\alpha > \beta$) [배점 4, 중중]

① $\alpha + \beta = 4$

② $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 2$

③ $\alpha\beta = 2$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = 12$

⑤ $\alpha - \beta = 2\sqrt{3}$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = 2$

② $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 2$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 12$

⑤ $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 8$

$\alpha - \beta > 0$ 이므로 $\alpha - \beta = 2\sqrt{2}$

26. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -\frac{-6}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4 \\ \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= 4 + 4 = 8\end{aligned}$$

27. 이차방정식 $2x^2 + (a-1)x + 24 = 0$ 의 두 근이 모두 양수이고, 한 근이 다른 한 근의 3 배일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

$$\begin{aligned}\text{두 근을 } \alpha, 3\alpha \text{ 로 놓으면} \\ \alpha \times 3\alpha &= \frac{24}{2} \therefore \alpha = 2 \quad (\because \alpha > 0) \\ \alpha + 3\alpha &= -\frac{a-1}{2} = 8 \\ a &= -15\end{aligned}$$

28. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 3 이고, 큰 근은 작은 근의 2 배 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}\text{두 근을 } \alpha, \alpha + 3 \text{ 이라 하면} \\ \alpha + 3 &= 2\alpha, \alpha = 3 \\ \text{따라서 두 근은 } 3, 6 \text{ 이다.} \\ \text{근과 계수와의 관계로부터} \\ -a &= 3 + 6, a = -9 \\ b &= 3 \times 6 = 18 \\ \therefore a + b &= 9\end{aligned}$$

29. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다. 이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}\text{근과 계수와의 관계에서 } \alpha + \beta &= a, \alpha\beta = 2b \\ x^2 - 2x - 4 = 0 \text{ 의 두 근이 } \alpha - 1, \beta - 1 \text{ 이므로} \\ \alpha - 1 + \beta - 1 &= 2, \alpha + \beta = 4 \therefore a = 4 \\ (\alpha - 1)(\beta - 1) &= \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4 \\ 2b - 4 + 1 &= -4, 2b = -1 \\ \therefore b &= -\frac{1}{2} \\ \therefore a \times b &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2\end{aligned}$$

30. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다.
 $m + n$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
 서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
 그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

31. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하시오.
 (단, $\alpha = \beta$ 인 경우 포함) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

$\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = 9 - 2a^2$
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) = 8a^2 - 18$
 그런데 주어진 이차방정식은 두 근을 가지므로
 $D' = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \therefore a^2 \geq 3$
 $a^2 \geq 3$ 이므로 $8a^2 - 18 \geq 6$
 따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6 이다.

32. α, β 는 이차방정식 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근이다.
 $S_n = \alpha^n + \beta^n$ 이라고 할 때, $S_4 + S_5 + S_6$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 14

해설

α, β 는 $x^2 + x - 1 = 0$ 의 근이므로
 $\alpha^2 + \alpha - 1 = 0$, $\alpha^2 + \alpha = 1$
 $\beta^2 + \beta - 1 = 0$, $\beta^2 + \beta = 1$
 $S_4 + S_5 + S_6$
 $= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^5 + \beta^5 + \alpha^6 + \beta^6$
 $= \alpha^4(1 + \alpha + \alpha^2) + \beta^4(1 + \beta + \beta^2)$
 $= \alpha^4(1 + 1) + \beta^4(1 + 1)$
 $= 2(\alpha^4 + \beta^4)$
 $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -1$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 - 2 \times (-1) = 3$
 $\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$
 $= 3^2 - 2 \times (-1)^2$
 $= 9 - 2 = 7$
 $\therefore 2(\alpha^4 + \beta^4) = 2 \times 7 = 14$

33. 이차방정식 $4x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2)^2 - 2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$x^2 + bx + c = 0$ 의 근이 $-2, \frac{3}{2}$ 이므로

$$-b = -2 + \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$c = -2 \times \frac{3}{2} = -3$$

$$\therefore b + c = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

35. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근이 p, q 라 할 때, $\sqrt{p^4 + p^2q^2 + q^4}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $9\sqrt{11}$

해설

$$p^4 + p^2q^2 + q^4 = (p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)$$

$$p + q = 6, pq = 3$$

$$p^2 + q^2 = (p + q)^2 - 2pq = 36 - 6 = 30$$

$$\begin{aligned}(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2) &= (30 + 3)(30 - 3) \\ &= 891\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{p^4 + p^2q^2 + q^4} &= \sqrt{(p^2 + pq + q^2)(p^2 - pq + q^2)} \\ &= \sqrt{891} \\ &= 9\sqrt{11}\end{aligned}$$

34. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 근의 합과 곱을 구하여라.

	두 근의 합	두 근의 곱
$x^2 - 2x + 6 = 0$		
$x^2 + 5x + 1 = 0$		
$2x^2 + 4x + 3 = 0$		

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 풀이 참조

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로

	두 근의 합	두 근의 곱
$x^2 - 2x + 6 = 0$	2	6
$x^2 + 5x + 1 = 0$	-5	1
$2x^2 + 4x + 3 = 0$	-2	$\frac{3}{2}$