

확인학습문제

1. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$
 따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

2. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$
 ② $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0 \rightarrow x = -1$ 또는 $x = 3$
 ③ $0.1x^2 - \frac{1}{5}x - 1 = 0 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 5$
 ④ $0.2x^2 - 0.3x - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$
 ⑤ $x^2 - 0.5x - 0.1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면
 $x^2 - 2x - 10 = 0$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{11}$
 ④양변에 10 을 곱하면
 $2x^2 - 3x - 2 = 0, (x - 2)(2x + 1) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = -\frac{1}{2}$

3. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$
 따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로
 $3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 - x = 6x - 2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
 (단, a, b 는 유리수이다.) [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로
 $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2}$ 이다.
 따라서 $a = 7, b = 41$ 이므로
 $a + b = 48$ 이다.

5. 이차방정식 $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$ 을 풀면?

[배점 3, 하상]

① $x = -3$ 또는 $x = 2$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3 을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

6. $(a - b)^2 - 5(a - b) - 6 = 0$, $ab = 12$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a < b$)

[배점 3, 하상]

① 16

② 25

③ 36

④ 49

⑤ 60

해설

$$a - b = X \text{로 치환하면 } X^2 - 5X - 6 = 0$$

$$(X - 6)(X + 1) = 0, X = 6 \text{ 또는 } X = -1$$

$$a < b \text{ 이므로 } a - b = -1$$

$$\therefore a^2 + b^2$$

$$= (a - b)^2 + 2ab$$

$$= (-1)^2 + 2 \times 12 = 25$$

7. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

[배점 3, 하상]

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

$$\textcircled{3} D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0 \therefore \text{해가 없다.}$$

8. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

① $b^2 - 4ac = 0$

② $c = a^2$

③ $x = \frac{b}{2a}$

④ $b^2 - 4ac < 0$

⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = 0$ 이다.

9. $kx^2 - 4x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-2)x^2 - 3x - (2k+1) = 0$ 의 근의 합은?

[배점 3, 하상]

- ① 3 ② -2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\frac{D}{4} = 4^2 - 4k = 0$$

$$k = 4$$

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$(2x+3)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

10. 집합 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 5 - k = 0\}$ 에 대하여 A 를 만족하는 x 의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

$$D = (-2)^2 - 4(-5 - k) = 0$$

$$6 + k = 0$$

$$\therefore k = -6$$

11. $(x^2 - 2x)^2 - (x^2 - 2x) - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $x = 3$

▶ 정답 : $x = -1$

해설

$x^2 - 2x = A$ 로 놓으면

$$A^2 - A - 6 = 0 \quad (A-3)(A+2) = 0$$

$$A = 3 \text{ 또는 } A = -2$$

$$(i) \quad x^2 - 2x = 3, \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

$$(ii) \quad x^2 - 2x = -2, \quad x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = -4 < 0 \text{ 이므로 해는 없다.}$$

12. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

[배점 3, 중하]

① $2x^2 + 5x - 2 = 0$ ② $3x^2 + 7x - 2 = 0$

③ $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ④ $x^2 + 2x + 4 = 0$

⑤ $(x-2)^2 = 6$

해설

$$④ \quad \frac{D}{4} = 1 - 1 \times 4 < 0$$

$\therefore$ 근이 없다

13. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$3x^2 - 4x - 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

$$\therefore A = 2, B = 22$$

$$\therefore A + B = 24$$

14. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A - B$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -14 ② 14 ③ 20
④ -20 ⑤ 17

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ 이므로 } A = 3, B = 17$$

$$\therefore A - B = -14$$

15. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$$D = \{-(k+1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$$k \neq 0 \text{ 이므로 } k = 2 \text{ 이다.}$$

$$k = 2 \text{ 를 주어진 식에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

16. 다음 중 $3x^2 - 4x = 2x + m$ 이 근을 갖지 않기 위한 m 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$3x^2 - 4x = 2x + m$$

$$3x^2 - 6x - m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 + 3m < 0$$

$$\therefore m < -3$$

이를 만족하는 보기의 값은 -4이다.

17. 이차방정식 $\frac{1}{2}x(x+1) = 0.25x^2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$$5x^2 + 4x - 2 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-2)}}{5 \times 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{10} = \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{5} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = -2, b = 14$ 이므로 $a+b = 12$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - 8x - 3 + a = 0$ 가 중근을 갖도록 a 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 19

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - (-3 + a) = 0 \quad \therefore a = 19$$

19. 두 양수 a, b 가 $(a+b)^2 - 2(a+b) - 15 = 0, a-b = 1$ 을 만족할 때, ab 의 값은? [배점 4, 중중]

① -4 ② -6 ③ 4 ④ 6 ⑤ 5

해설

$$a+b = t \text{로 치환하면 } (t+3)(t-5) = 0$$

$$t = -3 \text{ 또는 } 5$$

$$\text{i) } \begin{cases} a+b = -3 \\ a-b = 1 \end{cases} \quad \text{또는}$$

$$\text{ii) } \begin{cases} a+b = 5 \\ a-b = 1 \end{cases}$$

i)에서 $a = -1, b = -2$ 이므로 a, b 가 양수라는 조건에 맞지 않다.

$$\text{ii)에서 } a = 3, b = 2 \quad \therefore ab = 6$$

20. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - kx - 20 = 0$ 의 근일 때 k 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{11}{2}$

해설

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \text{의 두 근은 } x = \frac{1}{2}, 2 \text{ 이므로 합은 } \frac{5}{2} \text{ 이고}$$

$$\text{이것이 } x^2 - kx - 20 = 0 \text{의 근이므로 } \frac{25}{4} - \frac{5}{2}k - 20 = 0, \frac{5}{2}k = -\frac{55}{4}$$

$$\therefore k = -\frac{11}{2}$$

21. 집합

$A = \{x \mid mx^2 + (2m+3)x + m + 7 = 0, m \neq 0\}$ 에서
 $A = \emptyset$ 일 때, 상수 m 의 값의 범위는?

[배점 4, 중중]

- ① $m > \frac{9}{16}$ ② $m \geq \frac{9}{16}$ ③ $m = \frac{9}{16}$
 ④ $m \leq \frac{9}{16}$ ⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$\begin{aligned} D &= (2m+3)^2 - 4m(m+7) < 0 \\ 4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m &= -16m + 9 < 0 \\ \therefore m &> \frac{9}{16} \end{aligned}$$

22. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 이 해를 1개 가질 때 m 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} D &= 4(m+1)^2 - 4(m^2+5) = 0 \\ m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 &= 0 \\ 2m - 4 &= 0 \\ \therefore m &= 2 \end{aligned}$$

23. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 - ax - b = 0$ 의 두 근일 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} D &= (k-1)^2 - 4 = 0 \\ k^2 - 2k - 3 &= 0 \\ k &= 3 \text{ 또는 } k = -1 \\ (x-3)(x+1) &= 0 \\ x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ a &= 2, b = 3 \\ \therefore ab &= 6 \end{aligned}$$

24. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 8x + a &= 0 \text{ 의 해 } x = 4 \pm \sqrt{16-a} \text{ 가 정수이} \\ \text{기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.} \\ a &\text{ 는 자연수이므로 } 0 \leq 16-a < 16 \\ 16-a &= 0, 1, 4, 9 \\ \therefore a &= 7, 12, 15, 16 \\ \text{따라서 가장 큰 수는 } a &= 16 \end{aligned}$$

25. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

[배점 5, 중상]

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9
④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$