

확인학습문제

1. 다음은 영태가 이차방정식 $-3(x+1)^2 + 18 = 0$ 의 해를 구하고 실수로 부호를 모두 지워버렸다. 에 알맞은 부호를 순서대로 써넣어라.

$$\begin{aligned}
 -3(x+1)^2 + 18 &= 0 \\
 -3(x+1)^2 &= -18 \\
 (x+1)^2 &= 6 \\
 (x+1) &= \square \sqrt{6} \\
 x &= \square 1 \square \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ±
▷ 정답 : -
▷ 정답 : ±

해설

$$\begin{aligned}
 -3(x+1)^2 + 18 &= 0 \\
 -3(x+1)^2 &= -18 \\
 (x+1)^2 &= 6 \\
 (x+1) &= \pm\sqrt{6} \\
 x &= -1 \pm \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $-(x+4)^2 + 8 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답 :
▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned}
 -(x+4)^2 + 8 &= 0 \text{ 에서 } (x+4)^2 = 8 \text{ 이므로} \\
 x+4 &= \pm\sqrt{8}, x = -4 \pm 2\sqrt{2} \\
 \text{따라서 } a &= -4 + 2\sqrt{2}, b = -4 - 2\sqrt{2} \\
 \therefore a+b &= -4 + 2\sqrt{2} - 4 - 2\sqrt{2} = -8
 \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : $a = -4$
▷ 정답 : $b = 5$

해설

$$\begin{aligned}
 3(x-a)^2 &= 15 \text{ 에서 } (x-a)^2 = 5 \text{ 이므로} \\
 x-a &= \pm\sqrt{5} \\
 \therefore x &= \pm\sqrt{5} + a \\
 \text{따라서 } a &= -4, b = 5
 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$
 ③ $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$ ④ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$
 ⑤ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{2}{3}$$

양변에 $\left(-\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ 을 더하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

$$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

5. 다음 중 이차방정식과 해가 알맞게 짝지어진 것은? [배점 3, 하상]

- ① $(x - 3)^2 = 2 \rightarrow x = -3 \pm \sqrt{2}$
 ② $2(x + 1)^2 = 6 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$
 ③ $x^2 + 2x = 1 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$
 ④ $x^2 + 4 = -6x \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{3}$
 ⑤ $x^2 + 8x + 5 = 0 \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

- ① $x = 3 \pm \sqrt{2}$
 ③ $(x + 1)^2 = 2, x = -1 \pm \sqrt{2}$
 ④ $(x + 3)^2 = 5, x = -3 \pm \sqrt{5}$
 ⑤ $(x + 4)^2 = 11, x = -4 \pm \sqrt{11}$

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $1 \pm \sqrt{10}$
 ③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$ ④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$
 ⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 4x = 3$$

$$2(x^2 - 2x) = 3$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$(x - 1)^2 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

7. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$
④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
 $b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \geq 0$ 이다.

8. 이차방정식 중에서 해가 유리수인 것을 모두 고르면?

- ㉠ $x^2 = 8$
㉡ $3x^2 - 12 = 0$
㉢ $(x-3)^2 = 4$
㉣ $2(x+1)^2 = 6$
㉤ $3x^2 - 6x + 3 = 0$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉢, ㉣
④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $x = \pm 2\sqrt{2}$
㉡ $3x^2 = 12, x^2 = 4, x = \pm 2$
㉢ $(x-3)^2 = 4, x-3 = \pm 2, x = 5$ 또는 $x = 1$
㉣ $2(x+1)^2 = 6, (x+1)^2 = 3, x+1 = \pm\sqrt{3}, x = -1 \pm \sqrt{3}$
㉤ $3(x-1)^2 = 0, x = 1$

9. 다음 이차방정식의 근을 모두 고르면?

$$(x-3)^2 = 25$$

[배점 3, 하상]

- ① 8 ② -8 ③ 2 ④ -2 ⑤ 5

해설

$$x-3 = \pm\sqrt{25}, x = 3 \pm 5$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } x = -2$$

10. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

중근을 가지기 위해서는 (완전제곱식) = 0 이 되어야 한다.

$3(x-1)^2 = p$ 에서 좌변이 완전제곱이므로 $p = 0$ 임을 쉽게 알 수 있다.

해설

$$3(x-1)^2 = p \text{ 을 전개하여 정리하면}$$

$$3x^2 - 6x + 3 - p = 0$$

$$D/4 = 9 - 3(3-p) = 0 \therefore p = 0$$

11. 이차방정식 $(2x - 1)^2 = 3$ 의 두 근의 합을 구하면?
[배점 3, 중하]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(2x - 1)^2 &= 3 \\ 2x - 1 &= \pm\sqrt{3} \\ \therefore x &= \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) &= 1\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $3(x + 2)^2 = 6$ 의 두 근의 합을 구하면?
[배점 3, 중하]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}3(x + 2)^2 &= 6 \\ (x + 2)^2 &= 2 \\ x + 2 &= \pm\sqrt{2} \\ \therefore x &= -2 \pm \sqrt{2} \\ \therefore (-2 + \sqrt{2}) + (-2 - \sqrt{2}) &= -4\end{aligned}$$

13. $x^2 - x - 4 = 0$ 의 해가 $x = -\frac{1 \pm \sqrt{a}}{2}$ 이고, $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 해가 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{b}}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$$\begin{aligned}x^2 - x &= 4 \text{ 에서} \\ x^2 - x + \frac{1}{4} &= 4 + \frac{1}{4} \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 &= \frac{17}{4}, \left(x - \frac{1}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{17}{4}} \\ \text{따라서 } x &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ 이므로} \\ a &= 17 \text{ 이다.} \\ 2x^2 + 3x - 4 &= 0 \text{ 에서 양변을 2 로 나누면} \\ x^2 + \frac{3}{2}x - 2 &= 0 \\ x^2 + \frac{3}{2}x &= 2, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 2 + \frac{9}{16} \\ \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{41}{16}, \left(x + \frac{3}{4}\right) = \pm\sqrt{\frac{41}{16}} \\ \text{따라서 } x &= -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{41}{16}} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4} \text{ 이므로} \\ b &= 41 \text{ 이다.} \\ \therefore a + b &= 58 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $3x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 해가 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 13$

해설

$3x^2 + 2x - 4 = 0$ 에서 양변을 3 으로 나누면

$$x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = \frac{4}{3} + \frac{1}{9}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x + \frac{1}{3} = \pm \sqrt{\frac{13}{9}}$$

따라서 $x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$ 이다.

$\therefore a = -1, b = 13$

15. 이차방정식 $(2x - 1)^2 = 3$ 의 두 근의 합을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$(2x - 1)^2 = 3$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}}{2} = 1$$

16. 이차방정식 $(3x - 2)^2 = 16$ 을 풀어라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{2}{3}$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$(3x - 2)^2 = 16$$

$$3x - 2 = \pm 4$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

17. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

[배점 4, 중중]

① $3x^2 + 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{6}$

② $2(x + 5)^2 = 7 \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{7}$

③ $(x - 7)^2 = -8 \rightarrow x = 7 \pm \sqrt{-8}$

④ $2x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$

⑤ $3(x + 1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

① $3(x + 1)^2 = 2 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$

② $2(x + 5)^2 = 7 \rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{14}}{2}$

③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.

⑤ $3(x + 1)^2 = 5 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{3}$

18. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$$3x^2 - 8x + 1 = 0$$

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$ ② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$
 ③ $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$ ④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$
 ⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3 을 나누면 $x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0, x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3}, x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$
 $\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$ 이다.

19. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A+B$ 의 값은?

$2x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 양변을 2 로 나누면 $x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$
 $-\frac{1}{2}$ 을 우변으로 이항하면 $x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}$
 양변에 A 를 더하면 $x^2 + \frac{3}{2}x + A = \frac{1}{2} + A$
 좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 $\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = B$

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{23}{16}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{53}{16}$

해설

좌변을 완전제곱식으로 만들기 위해 A 를 더한다.
 $A = \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}, B = \frac{9}{16} + \frac{1}{2} = \frac{17}{16}$
 따라서 $A+B = \frac{9}{16} + \frac{17}{16} = \frac{13}{8}$ 이다.

20. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 2x^2 - 10x - 1 &= 0 \text{ 에서 양변을 } 2 \text{ 로 나누면} \\
 x^2 - 5x - \frac{1}{2} &= 0 \\
 x^2 - 5x &= \frac{1}{2} \\
 x^2 - 5x + (\text{가}) &= \frac{1}{2} + (\text{가}) \\
 (x + (\text{나}))^2 &= (\text{다}) \\
 x + (\text{나}) &= \pm(\text{라}) \\
 \therefore x &= (\text{마})
 \end{aligned}$$

[배점 4, 중중]

- ① (가): $\frac{25}{4}$ ② (나): $-\frac{5}{2}$
 ③ (다): $\frac{27}{4}$ ④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
 ⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

(라): $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

21. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a + 3b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}
 3x^2 - 6x - 2 &= 0 \\
 3x^2 - 6x &= 2 \\
 x^2 - 2x &= \frac{2}{3} \\
 x^2 - 2x + 1 &= \frac{5}{3} \\
 (x - 1)^2 &= \frac{5}{3} \\
 a &= 1, b = \frac{5}{3} \\
 \therefore 2a + 3b &= 2 \times 1 + 3 \times \frac{5}{3} = 2 + 5 = 7
 \end{aligned}$$

22. 이차방정식 $(x - a)^2 = b (b \geq 0)$ 의 해가 $x = 8$ 또는 $x = -2$ 일 때, a, b 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

- ① $a = -3, b = -25$ ② $a = -3, b = 25$
 ③ $a = 3, b = -25$ ④ $a = 3, b = 25$
 ⑤ $a = 3, b = 5$

해설

$$\begin{aligned}
 x - a &= \pm\sqrt{b} \\
 x &= a \pm \sqrt{b} \\
 a + \sqrt{b} &= 8, a - \sqrt{b} = -2 \\
 \text{두 식을 변끼리 더하면} \\
 2a &= 6, a = 3 \\
 \sqrt{b} &= 5, b = 25 \\
 \therefore a &= 3, b = 25
 \end{aligned}$$

23. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고
두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때,
 $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b
의 값을 각각 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = -\frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$x^2 - 2x + 1 = -\frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = -\frac{1}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$
이다.

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로
 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$
이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일
때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서 $x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$

$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$

$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$

따라서 $a = 1, a$ 값을 대입하면

$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$

$\therefore b = -19$

따라서 $a + b = -18$ 이다.