

확인학습문제

1. 다음 중 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해는?

[배점 2, 하중]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 2x - 3 &= 0 \\(x + 3)(x - 1) &= 0 \\\therefore x &= 1 \text{ 또는 } x = -3\end{aligned}$$

2. 다음 중 이차방정식인 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$
② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$
③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$
④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$
⑤ $2x - 5 = 0$

해설

- ③ $x^2 - 3x - 2 = 0$
④ 삼차방정식

3. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2x^2 - 5 = 2(x^2 - 1)$
② $(x - 3)(x + 1) = x^2 - 4$
③ $3(x + 1) = 5(x + 1)$
④ $(x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$
⑤ $x^2 = (x - 4)^2$

해설

$$\begin{aligned}(x - 5)(x + 5) &= 25 - x^2 \\2x^2 - 50 &= 0 \\\therefore x^2 - 25 &= 0\end{aligned}$$

4. 다음 중 이차방정식인 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2x^2 = 2(x^2 - 3)^2$
② $x^2 = -2x - 1$
③ $(x - 3)^2 = (3 - x)^2$
④ $x(x - 4) = x^2 - 4$
⑤ $x - 4 = 5x$

해설

② 모든 항을 좌변으로 이항하면 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 이다.

5. 다음 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

① $(x-2)^2 = 8x$

② $x^2 - 4x + 3 = 1$

③ $x(x+6) = -9$

④ $x(x-6) + 24 = 2x + 8$

⑤ $4x^2 - 4x + 4 = 0$

해설

③ $x(x+6) = -9$

$x^2 + 6x + 9 = 0$

$(x+3)^2 = 0$

$x = -3$ (중근)

④ $x(x-6) + 24 = 2x + 8$

$x^2 - 6x + 24 - 2x - 8 = 0$

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$(x-4)^2 = 0$

$x = 4$ (중근)

6. $m = -1$ 을 해로 가지지 않는 하나는?

[배점 3, 하상]

① $4 - m^2 + 3m = 0$

② $m^2 - m - 2 = 0$

③ $4 - m^2 + 3m = 0$

④ $4 - 3m^2 + m = 0$

⑤ $4 - 3m^2 - m = 0$

해설

① $4 - m^2 + 3m = 0$, $-(m-4)(m+1) = 0$

② $m^2 - m - 2 = 0$, $(m-2)(m+1) = 0$

③ $4 - m^2 + 3m = 0$, $-(m-4)(m+1) = 0$

④ $4 - 3m^2 + m = 0$, $-(3m-4)(m+1) = 0$

⑤ $4 - 3m^2 - m = 0$, $-(3m+4)(m-1) = 0$

7. 다음 중 집합 $\{x|x^2 - 4x - 12 = 0\}$ 과 같은 집합은?

[배점 3, 하상]

① $\{x|x-2=0\} \cap \{x|x+6=0\}$

② $\{x|x+2=0\} \cup \{x|x-6=0\}$

③ $\{x|x-2=0\} \cup \{x|x-6=0\}$

④ $\{x|x+3=0\} \cap \{x|x-4=0\}$

⑤ $\{x|x+3=0\} \cap \{x|x+4=0\}$

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$, $(x+2)(x-6) = 0$

$x+2=0$ 또는 $x-6=0$

$\therefore \{x|x+2=0\} \cup \{x|x-6=0\}$

8. 다음 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + 4x = a, x^2 + ax + b = 0$$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - a = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x + 2)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -a = 4, a = -4$$

$x^2 - 4x + b = 0$ 이 중근을 가지려면 $b = 4$ 이어야 한다.

$$\therefore a + b = (-4) + 4 = 0$$

9. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

① $x^2 = 0$

② $x(x - 6) + 9 = 0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

10. 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, k 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① $\sqrt{2} - 2$

② $2\sqrt{2} - 2$

③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $4\sqrt{2} - 2$

⑤ $5\sqrt{2} - 2$

해설

$x^2 - 3x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 이므로,

$x = 3 - \sqrt{2}$ 를 $x^2 - 3x + k = 0$ 에 대입하면

$$(3 - \sqrt{2})^2 - 3(3 - \sqrt{2}) + k = 0$$

$$9 - 6\sqrt{2} + 2 - 9 + 3\sqrt{2} + k = 0$$

$$-3\sqrt{2} + 2 + k = 0$$

$$\therefore k = -2 + 3\sqrt{2}$$

11. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 중근을 가질 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

① -12

② -9

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$3x^2 + ax + 12 = 0$$

$$x^2 + \frac{a}{3}x + 4 = 0, (x + 2)^2 = 0$$

$$\frac{a}{3} = 4 \quad \therefore a = 12$$

12. 이차방정식 $(2x - 3)^2 = K$ 가 중근을 갖고 그 근을 a 라고 할 때, $a + K$ 의 값은? (단, K 는 상수)

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$$K = 0, a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + K = \frac{3}{2}$$

13. 다음 중 이차방정식의 해가 아닌 것을 고르면?

[배점 3, 중하]

① $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow -3, 2$

② $x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow -1, -3$

③ $x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow 4$

④ $x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow 1, 2$

⑤ $(x + 1)^2 - 4 = 0 \Rightarrow 1, -3$

해설

④ $x^2 + 7x + 6 = 0$ 에서
 $x = 1$ 일 때, $1^2 + 7 \cdot 1 + 6 \neq 0$
 $x = 2$ 일 때, $2^2 + 7 \cdot 2 + 6 \neq 0$

14. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

[배점 3, 중하]

① $(x - 2)(x + 3) = 0$ ② $x^2 + 2x = 0$

③ $3x^2 + x - 1 = 0$ ④ $x^2 - 9x + 14 = 0$

⑤ $2x^2 - 8 = 0$

해설

④ $x = 7, x = 2$ 일 때 성립한다.

15. 집합 $A = \{x \mid x^2 + 3x - 4 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + x - 12 = 0\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$\therefore A = \{-4, 1\}$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4)(x - 3) = 0$$

$$\therefore B = \{-4, 3\}$$

$$A \cup B = \{-4, 1, 3\}$$

$$\therefore n(A \cup B) = 3$$

16. 이차방정식 $4x^2 - 8x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, 그 중근을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$$4x^2 - 8x + a = 0$$

$$4(x^2 - 2x) = -a$$

$$4(x^2 - 2x + 1) = -a + 4$$

$$4(x - 1)^2 = -a + 4$$

따라서 중근은 $x = 1$ 이다.

17. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은? [배점 3, 중하]

① $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{4}\right)(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

18. 이차방정식 $x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 정하고, 이때의 중근을 구하여라. (단, $m > 0$) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 12$

▷ 정답 : $x = -6$

해설

$x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\left(\frac{m}{2}\right)^2 = 2m + 12$$

$$m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$(m - 12)(m + 4) = 0$$

$$m = 12 (\because m > 0)$$

$$x^2 + 12x + 2 \times 12 + 12 = 0$$

$$(x + 6)^2 = 0$$

$$x = -6(\text{중근})$$

19. 이차방정식 $2x^2 - ax - 2a = 0$ 의 한 근이 a 일 때, 두 근의 합을 구하면? (단, $a > 0$) [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -4

해설

$$x = a \text{ 를 방정식에 대입하면 } 2a^2 - a^2 - 2a = 0,$$

$$a(a - 2) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 2$$

$$a = 2 \text{ 를 방정식에 대입하면 } 2x^2 - 2x - 4 = 0,$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

따라서 두 근의 합은 1

20. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

- ㉠ $2x^2 - 5 = x^2$
- ㉡ $x^2 = -x + 2$
- ㉢ $x^2 = 0$
- ㉣ $x^2 = (x-1)^2 + x^2$
- ㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$
- ㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

[배점 4, 중중]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
- ④ 6개 ⑤ 7개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식) $=0$ 꼴의 등식이다.

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ 5개

21. 이차방정식 $x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a - \frac{1}{a} = p - 2$ 가 성립하도록 p 의 값을 구하면? (단 $a \neq 0$)

[배점 4, 중중]

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$x = a$ 를 이차방정식에 대입하면 $a^2 + pa + 1 = 0$
양변을 a 로 나누면

$$a + p + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = -p \cdots (1) \quad a - \frac{1}{a} = p - 2 \cdots (2)$$

(1) + (2) 하면 $2a = -2, a = -1$

$a = -1$ 을 (1)에 대입하면 $-1 + (-1) = -p$

$$\therefore p = 2$$

22. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① ± 1 ② 0 ③ $\pm\sqrt{3}$
- ④ $\pm\sqrt{2}$ ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$$x = \alpha \text{를 대입하면 } \alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm\sqrt{3}$$

23. 이차방정식 $x^2 - (a+2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a+2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,

$$2^2 - (a+2) \times 2 + 3a + 2 = 0$$

$$4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

24. 집합 $A = \{x \mid 4x^2 - 32x + k + 4 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 60

해설

$n(A) = 1$ 이므로 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$

$$\therefore k = 60$$

25. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{9}{4}$

해설

$$x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2y$$

$\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 에 $x = -2y$ 를 대입하면

$$\frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} = \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}$$