

확인학습문제

1. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식을 계산하여라.

$$11^2 - 13^2 + 15^2 - 17^2 + 19^2 - 21^2 \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -192

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= (11 - 13)(11 + 13) + (15 - 17)(15 + 17) + \\ &\quad (19 - 21)(19 + 21) \\ &= -2(24 + 32 + 40) \\ &= -192 \end{aligned}$$

2. $x + \frac{2}{x} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $3x^2 + \frac{12}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\ &= (3\sqrt{2})^2 - 4 \\ &= 18 - 4 \\ &= 14 \\ \therefore 3x^2 + \frac{12}{x^2} &= 3\left(x^2 + \frac{12}{x^2}\right) \\ &= 3 \times 14 \\ &= 42 \end{aligned}$$

3. 다음 식을 간단히 나타낸 것은?

$$\frac{2}{1 + \sqrt{2}} - (1 + \sqrt{2})^2 \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{1 + \sqrt{2}} &= \frac{2(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = -2 + 2\sqrt{2} \\ (1 + \sqrt{2})^2 &= 3 + 2\sqrt{2} \\ \therefore (\text{준식}) &= -2 + 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -5 \end{aligned}$$

4. $a = 8 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 16a + 55$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} (a - 11)(a - 5) &= (8 + 2\sqrt{2} - 11)(8 + 2\sqrt{2} - 5) = \\ &= (2\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 3) = -1 \end{aligned}$$

5. $x = \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{6}}, y = \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{6}}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $4\sqrt{3}$ ② $-8\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$
④ $-5\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \text{유리화하면, } x &= \frac{\sqrt{8}+\sqrt{6}}{2}, y = \frac{\sqrt{8}-\sqrt{6}}{2} \\ x+y &= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, x-y = \sqrt{6} \\ x^2 - y^2 &= (x+y)(x-y) = 2\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

6. 다음은 인수분해 공식을 이용하여 $111^2 - 110^2$ 의 값을 구하는 과정이다. 양수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

$$111^2 - 110^2 = (111+a)(111-b) = c$$

[배점 3, 하상]

- ① 110 ② 221 ③ 321
④ 421 ⑤ 441

해설

$$\begin{aligned} 111^2 - 110^2 &= (111+110)(111-110) = 221 \times 1 \\ \therefore a &= 110, b = 110, c = 221 \\ \therefore a+b+c &= 441 \end{aligned}$$

7. $x - y = \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $1+2\sqrt{5}$
④ $2+2\sqrt{5}$ ⑤ $3+2\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3 &= (x-y)^2 + 2(x-y) - 3 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} - 3 = 2 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

8. 이차식 $x^2 + Ax + B$ 를 인수 분해하는데 준식이는 일차항의 계수를 잘못 보아 $(x+4)(x+3)$ 이 되었고, 효진이는 상수항을 잘못 보아 $(x+1)(x+7)$ 이 되었다. 다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

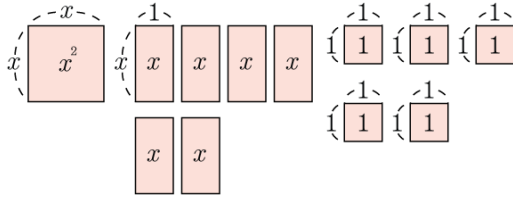
[배점 3, 하상]

- ① $(x+2)(x+6)$ ② $(x+1)(x+6)$
③ $(x-2)(x-6)$ ④ $(x-1)(x-6)$
⑤ $(x+3)(x+4)$

해설

$$\begin{aligned} \text{준식이는 } x^2 + 7x + 12 \text{ 에서 상수항 } 12 \text{ 를 맞게 보았고,} \\ \text{효진이는 } x^2 + 8x + 7 \text{ 에서 } x \text{ 의 계수 } 8 \text{ 을 맞게 보았다.} \\ \text{따라서 주어진 이차식은 } x^2 + 8x + 12 = (x+2)(x+6) \end{aligned}$$

9. 다음 그림의 모든 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형의 가로와 세로의 길이의 합은?



[배점 3, 하상]

- ① $2x$ ② $2x + 1$ ③ $2x + 2$
 ④ $2x + 3$ ⑤ $2x + 6$

해설

넓이의 합은 $x^2 + 6x + 5 = (x + 5)(x + 1)$ 이므로
 변의 길이가 각각 $x + 5$, $x + 1$ 인 직사각형이다.
 따라서 가로와 세로의 합은 $2x + 6$ 이다.

10. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $4x^2 + 12x + 9$ 일 때, 한 변의 길이는? [배점 3, 하상]

- ① $2x + 1$ ② $2x + 3$ ③ $3x + 1$
 ④ $3x - 2$ ⑤ $3x + 5$

해설

$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$ 이므로
 따라서 한 변의 길이는 $2x + 3$ 이다.

11. $x + y = 5$, $xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 41

해설

$$\begin{aligned} (x - y)^2 &= (x + y)^2 - 4xy \\ &= 5^2 - 4 \times (-4) \\ &= 25 + 16 \\ &= 41 \end{aligned}$$

12. $\frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ 을 계산한 값은? [배점 3, 중하]

- ① $2\sqrt{7} - 2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{3} - \sqrt{7}$ ④ $\sqrt{7} + \sqrt{3}$
 ⑤ $\sqrt{7} - \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{4(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{4(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{4} \\ &= \sqrt{7} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

13. $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ 을 유리화하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3} + 7$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} \\ &= \frac{4+4\sqrt{3}+3}{4-3} \\ &= 4\sqrt{3}+7 \end{aligned}$$

14. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x + 8$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

① 7

② 8

③ 9

④ $2\sqrt{2} + 3$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

$x = 1 + \sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 8 &= (x^2 - 2x + 1) + 7 \\ &= (x-1)^2 + 7 \\ &= \sqrt{2}^2 + 7 \\ &= 9 \end{aligned}$$

15. $x = 2 - \sqrt{2}$ 일 때, $2x^2 - 8x + 4$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (x-2)^2 + x^2 - 4x \\ &= (x-2)^2 + x(x-4) \\ &= (-\sqrt{2})^2 + (2-\sqrt{2})(2-\sqrt{2}-4) \\ &= 2 + (2-4) \\ &= 0 \end{aligned}$$

16. $x = 4$, $y = 2\sqrt{3} - 4$ 일 때, $x^2 - y^2 + 12$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$x + y = 2\sqrt{3}$, $x - y = 8 - 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 12 &= (x+y)(x-y) + 12 \\ &= 2\sqrt{3} \times (8 - 2\sqrt{3}) + 12 \\ &= -12 + 16\sqrt{3} + 12 \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

17. $x = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ 일 때, $(x-1)^2 + 6(x-1) + 5$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{5} - 2 \\ (x-1+1)(x-1+5) &= x(x+4) \\ &= (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) \\ &= 1 \end{aligned}$$

18. $x = -1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $10 - 4\sqrt{2}$ ② $-10 + 4\sqrt{2}$
 ③ $-10 - 4\sqrt{2}$ ④ $10 + 4\sqrt{2}$
 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 15 &= (x-5)(x+3) \\ &= (-1+\sqrt{2}-5)(-1+\sqrt{2}+3) \\ &= (\sqrt{2}-6)(\sqrt{2}+2) \\ &= 2 - 4\sqrt{2} - 12 \\ &= -10 - 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

19. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $x^2 - 7x + 12$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $8 - 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 12 &= (x-3)(x-4) \\ &= (\sqrt{2}+1-3)(\sqrt{2}+1-4) \\ &= (\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}-3) \\ &= 8 - 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

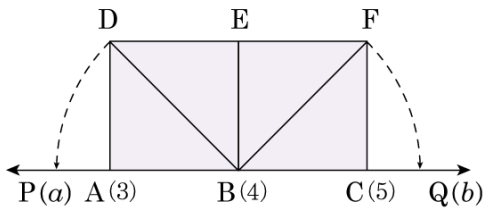
20. $a-b=12$ 일 때, $a^2 - 8a + b^2 + 8b - 2ab + 16$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 36 ② 64 ③ 49 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 8a + b^2 + 8b - 2ab + 16 &= a^2 - 2ab + b^2 - 8a + 8b + 16 \\ &= (a-b)^2 - 8(a-b) + 16 \\ &= (a-b-4)^2 \\ &= 64 \end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같은 정사각형 ABED, BCFE 에서 $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{BF} = \overline{BQ}$ 인 점 P, Q 를 수직선 위에 잡을 때, 점 P(a), Q(b) 에 대하여, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?



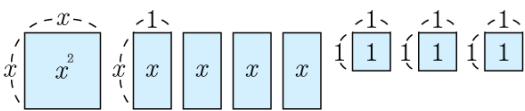
[배점 4, 중중]

- ① $16\sqrt{2}$
- ② $-16\sqrt{2}$
- ③ $20 + 16\sqrt{2}$
- ④ $20 - 16\sqrt{2}$
- ⑤ $-20 - 16\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 a &= 4 - \sqrt{2}, \quad b = 4 + \sqrt{2} \\
 a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) \\
 &= 8 \times (-2\sqrt{2}) \\
 &= -16\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

22. 다음 여러 가지 사각형들의 넓이의 합과 같은 넓이를 가지는 직사각형의 둘레의 길이를 구하면? (단 변의 길이는 모두 일차식이다.)



[배점 4, 중중]

- ① $4x - 2$
- ② $4x + 8$
- ③ $3x + 8$
- ④ $4x - 8$
- ⑤ $3x - 8$

해설

$$\begin{aligned}
 x^2 + 4x + 3 &= (x + 3)(x + 1) \\
 \text{따라서 둘레의 길이는 } 2\{(x + 3) + (x + 1)\} &= 4x + 8 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

23. 넓이가 $4x^2 + 13x + 3$ 이고 높이가 $4x + 1$ 인 평행사변형의 밑변의 길이는? [배점 4, 중중]

- ① $x + 1$
- ② $x + 2$
- ③ $x + 3$
- ④ $x + 4$
- ⑤ $x + 5$

해설

$$\begin{aligned}
 4x^2 + 13x + 3 &= (x + 3)(4x + 1) \\
 \text{따라서 밑변의 길이는 } x + 3 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

24. $a = \frac{4-\sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4+2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8-2\sqrt{2}}{3} + \frac{4+2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

25. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면? [배점 5, 중상]

- ① -100 ② -200 ③ -300
④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} &1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) + \cdots + (17-19)(17+19) \\ &= -2(1+3) - 2(5+7) - 2(9+11) - 2(13+15) - 2(17+19) \\ &= -2(1+3+5+\cdots+17+19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$