

확인학습문제

1. $x^4 + 4x^2 + 4$ 를 인수분해하면 $(ax^2 + b)^2$ 이 된다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$)

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2)^2 + 4(x^2) + 4 = (x^2 + 2)^2$$

따라서, $a + b = 1 + 2 = 3$

2. 다항식 $(x+y)(x+y-3z)-4z^2$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

[배점 3, 하상]

① $2x + 2y - 3z$

② $2x - 2y - 3z$

③ $2x - 4y + 3z$

④ $2x + 3y - 2z$

⑤ $2x + 2y + 3z$

해설

$$\begin{aligned} (x+y) &= A \text{ 라 하면} \\ A(A-3z) - 4z^2 \\ &= A^2 - 3Az - 4z^2 \\ &= (A-4z)(A+z) \\ &= (x+y-4z)(x+y+z) \\ \therefore (x+y-4z) + (x+y+z) &= 2x+2y-3z \end{aligned}$$

3. $a^3 - 2a^2 - 3a$ 의 인수를 모두 말하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : a

▷ 정답 : $a - 3$

▷ 정답 : $a + 1$

▷ 정답 : $a(a - 3)$

▷ 정답 : $a(a + 1)$

▷ 정답 : $(a - 3)(a + 1)$

▷ 정답 : $a(a - 3)(a + 1)$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - 2a^2 - 3a \\ &= a(a^2 - 2a - 3) \\ &= a(a - 3)(a + 1) \end{aligned}$$

4. $x^2 - 2xy + y^2 - 9$ 를 인수분해하여 각 항의 계수를 모두 더하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 - 9 &= (x - y)^2 - 3^2 = (x - y - 3)(x - y + 3) \\ \therefore 1 - 1 - 3 + 1 - 1 + 3 &= 0 \end{aligned}$$

5. $x^2 - y^2 - x + 5y - 6 = A(x + y - 3)$ 일 때, A 를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① $x + y + 2$ ② $3x - y + 2$
③ $x - y + 4$ ④ $x - y + 2$
⑤ $x - 3y + 2$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 - x + 5y - 6 &= x^2 - x - (y^2 - 5y + 6) \\ &= x^2 - x - (y - 3)(y - 2) \\ &= \{x + (y - 3)\} \{x - (y - 2)\} \\ &= (x + y - 3)(x - y + 2) \\ \therefore A &= x - y + 2 \end{aligned}$$

6. 이차식을 인수분해하면 $x^2(y + 4)^2 + 2x(y + 4) - 8 = (xy + Ax + B)(xy + Cx + D)$ 일 때, $A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned} y + 4 &= t \text{ 로 치환하면} \\ x^2(y + 4)^2 + 2x(y + 4) - 8 &= x^2t^2 + 2xt - 8 \\ &= (xt + 4)(xt - 2) \\ &= \{x(y + 4) + 4\} \{x(y + 4) - 2\} \\ &= (xy + 4x + 4)(xy + 4x - 2) \end{aligned}$$

따라서 $A = B = C = 4$, $D = -2$ 이므로 $A + B + C + D = 10$ 이다.

7. $ma - mb + mc$ 를 인수분해한 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $m(a + b + c)$ ② $m(a - b - c)$
③ $m(a - b + c)$ ④ $ma(1 - b + c)$
⑤ $m(a + b - c)$

해설

$$ma - mb + mc = m(a - b + c)$$

8. 다음 중 $8x^2y - 4xy$ 의 인수가 아닌 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $xy(2x - 1)$ ② $4x$
③ $4y$ ④ $x(2x - 1)$
⑤ $y(2x + 1)$

해설

$$8x^2y - 4xy = 4xy(2x - 1)$$

9. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a \quad [\text{배점 3, 중하}]$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a \\ x^2+8x &= A \text{ 로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2 = (x^2+8x+11)^2 \\ 11^2 &= 105+a \\ \therefore a &= 16 \end{aligned}$$

10. $(a-3)^2 - 5(a-3) + 6$ 을 인수분해한 식은?

[배점 3, 중하]

- ① $(a-6)(a-3)$ ② $(a-3)(a-5)$
 ③ $(a-2)(a-5)$ ④ $(a-6)(a-5)$
 ⑤ $(a+6)(a-5)$

해설

$$\begin{aligned} a-3 &= A \text{ 로 치환하면} \\ A^2-5A+6 &= (A-3)(A-2) \\ &= (a-6)(a-5) \end{aligned}$$

11. $(a+b)(a+b+3)+2$ 를 인수분해했을 때, 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $(a-b+1)(a-b+2)$
 ② $(a+b+1)(a+b+2)$
 ③ $(a-b+1)(a+b+2)$
 ④ $(a-b-1)(a-b-2)$
 ⑤ $(a+b-1)(a+b-2)$

해설

$$\begin{aligned} a+b &= A \text{ 로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= A(A+3)+2 \\ &= A^2+3A+2 \\ &= (A+1)(A+2) \\ &= (a+b+1)(a+b+2) \end{aligned}$$

12. $4x^2 - 24xy + 36y^2 - 16$ 을 두 일차식의 곱으로 인수 분해할 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4x - 12y$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 4(x^2-6xy+9y^2)-16 \\ &= 4(x-3y)^2-16 \\ &= (2x-6y+4)(2x-6y-4) \\ \therefore (2x-6y+4) &+ (2x-6y-4) = 4x-12y \end{aligned}$$

13. $x^2 + 4y^2 + 4xy - 9$ 를 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $2x + 4y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2 + 4xy + 4y^2 - 9 \\&= (x + 2y)^2 - 9 \\&= (x + 2y + 3)(x + 2y - 3) \\ \therefore (x + 2y + 3) + (x + 2y - 3) &= 2x + 4y\end{aligned}$$

14. $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$ 을 인수분해하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $(a + b + c)(a + b - c)$

해설

$$\begin{aligned}a^2 + 2ab + b^2 - c^2 &= (a + b)^2 - c^2 \\&= (a + b + c)(a + b - c)\end{aligned}$$

15. $(x + 2)^2 + (3x - 2)(3x + 2)$ 을 인수분해하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $2x(5x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2 + 4x + 4 + 9x^2 - 4 \\&= 10x^2 + 4x \\&= 2x(5x + 2)\end{aligned}$$

16. $x - xy^2 - y + y^3$ 의 인수가 아닌 것은? [배점 3, 중하]

① $y + 1$

② $y - 1$

③ $x + y$

④ $x - y$

⑤ $y - x$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x(1 - y^2) - y(1 - y^2) \\&= (x - y)(1 - y^2) \\&= (x - y)(1 + y)(1 - y) \\ \text{② } y - 1 &= -(1 - y) \\ \text{⑤ } y - x &= -(x - y)\end{aligned}$$

17. $a^3 - 3a^2 - a + 3$ 이 a 의 계수가 1 인 세 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 세 일차식의 합을 구하면? [배점 4, 중중]

① $3(1 - a)$

② $3(a - 2)$

③ $3a - 3$

④ $3a - 1$

⑤ $a^3 - 3$

해설

$$\begin{aligned}&a^2(a - 3) - (a - 3) \\&= (a^2 - 1)(a - 3) \\&= (a + 1)(a - 1)(a - 3) \\ \text{따라서 세 일차식의 합은 } &(a + 1) + (a - 1) + (a - 3) = \\&3a - 3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

18. 다항식 $16 - 4x^2 + 4xy - y^2$ 을 인수분해하면?

[배점 4, 중중]

- ① $(4 - x + y)(4 - 2x + y)$
 ② $(4 + 2x - y)(4 - x - y)$
 ③ $(4 - 2x + y)(4 + 2x + y)$
 ④ $(4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$
 ⑤ $(4 + 2x + y)(4 - 2x - y)$

해설

$$4^2 - (2x - y)^2 = (4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$$

19. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x+ay+b)(x+cy+d)$ 가 되었다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값은?
 [배점 4, 중중]

- ① -10 ② -9 ③ -8
 ④ -3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & x \text{ 에 대하여 정리하면,} \\ & x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16 \\ & = x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2) \\ & = (x - 3y - 8)(x - y + 2) \\ \therefore & a = -3, b = -8, c = -1, d = 2 \\ \therefore & -3 - 8 - 1 + 2 = -10 \end{aligned}$$

20. $(2x - 1)^2 - (x + 2)^2$ 을 인수분해하면 $(3x + a)(x + b)$ 가 된다고 한다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & 2x - 1 = A, x + 2 = B \text{ 로 치환하면} \\ & (2x - 1)^2 - (x + 2)^2 \\ & = A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \\ & = (2x - 1 + x + 2)(2x - 1 - x - 2) \\ & = (3x + 1)(x - 3) \\ \therefore & a = 1, b = -3 \\ \therefore & a - b = 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

21. 두 식 $(x - 3)^2 - 2(x - 3) - 35$ 와 $2x^2 + x - 6$ 의 공통인수를 구하면?
 [배점 4, 중중]

- ① $x + 3$ ② $x + 2$ ③ $3x - 13$
 ④ $2x - 3$ ⑤ $x - 10$

해설

$$\begin{aligned} & x - 3 = t \text{ 로 치환하면} \\ & t^2 - 2t - 35 = (t + 5)(t - 7) \\ & = (x - 3 + 5)(x - 3 - 7) \\ & = (x - 3 - 7)(x - 3 + 5) \\ & = (x - 10)(x + 2) \\ & \text{한편, } 2x^2 + x - 6 = (2x - 3)(x + 2) \\ & \text{따라서 공통인수는 } x + 2 \end{aligned}$$

22. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)-p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 p 를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -16 ② -4 ③ 2
④ 8 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 8x &= A \text{ 라 하면} \\ (x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) - p \\ &= (A + 7)(A + 15) - p \\ &= A^2 + 22A + 105 - p = (A + 11)^2 \\ \therefore 105 - p &= 121 \\ \therefore p &= -16 \end{aligned}$$

23. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 이 $(x^2+bx+c)^2$ 으로 인수분해 될 때 $b-c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(x+3) \times (x+1)(x+2)+1 \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 \\ x^2+3x &= A \text{ 라 하면} \\ A^2+2A+1 &= (A+1)^2 = (x^2+3x+1)^2 \\ \therefore b &= 3, c = 1 \\ \therefore b-c &= 3-1=2 \end{aligned}$$

24. 다음 중 a^2x-x 의 인수인 것은? [배점 4, 중중]

- ① a ② $x-a$ ③ $x+a$
④ $x+1$ ⑤ $a+1$

해설

$$x(a^2-1) = x(a+1)(a-1)$$

25. $(a-b+3)^2 - (a+b+3)^2$ 을 간단히 한 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $-4b(a-3)$ ② $-4a(b+3)$
③ $-8b(a+3)$ ④ $-4a(b-3)$
⑤ $-4b(a+3)$

해설

$$\begin{aligned} (a-b+3)^2 - (a+b+3)^2 \\ &= \{(a-b+3) + (a+b+3)\} \\ &\quad \{(a-b+3) - (a+b+3)\} \\ &= (-2b)(2a+6) \\ &= -4b(a+3) \end{aligned}$$

26. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?
[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} x^{16} - 1 &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8 이다.

27. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $x - 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^4 - 1$
④ $x^6 - 1$ ⑤ $x^8 - 1$

해설

$$\begin{aligned} x^8 - 1 &= (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\ &= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\ &= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \end{aligned}$$

28. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$
② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$
③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$
④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$
⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

- ① $(a + 1)(b - 1)$
② $(1 - b)(2 - a)$
③ $(x + y)(x - y + 2)$

29. $(x - 2)x^2 - 3(x - 2)x - 10(x - 2)$ 를 인수분해하면?
[배점 5, 중상]

- ① $(x - 2)(x - 5)(x + 2)$
② $(x - 2)(x + 5)(x + 2)$
③ $(x - 2)(x - 5)(x + 3)$
④ $(x - 2)(x + 5)(x - 2)$
⑤ $(x - 2)(x + 5)(x - 3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x - 2 \text{ 로 치환하면} \\ (x - 2)x^2 - 3(x - 2)x - 10(x - 2) &= Ax^2 - 3Ax - 10A \\ &= A(x^2 - 3x - 10) \\ &= A(x - 5)(x + 2) \\ &= (x - 2)(x - 5)(x + 2) \end{aligned}$$

30. $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4$ 를 인수분해하면?
[배점 5, 중상]

- ① $(x - y - 4)(x - y - 1)$
 ② $(x - y + 4)(x - y + 1)$
 ③ $(x + y + 4)(x + y + 1)$
 ④ $(x + y - 4)(x + y - 1)$
 ⑤ $(x - y - 4)(x - 2y - 1)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4 \\ &= (x - y)^2 - 5(x - y) + 4 \\ &= (x - y - 4)(x - y - 1) \end{aligned}$$

31. $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 을 인수분해하면?
[배점 5, 중상]

- ① $(x - y - 3)(x - y + 1)$
 ② $(x + 2y + 3)(x - y - 1)$
 ③ $(x - y + 3)(x - y - 1)$
 ④ $(x - 2y - 3)(x - y - 1)$
 ⑤ $(x - y + 3)(x - 2y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} &\text{주어진 식을 } x \text{에 관해 정리하면} \\ x^2 + (2 - 2y)x + y^2 - 2y - 3 \\ &= x^2 + (2 - 2y)x + (y + 1)(y - 3) \\ &= \{x - (y + 1)\}\{x - (y - 3)\} \\ &= (x - y - 1)(x - y + 3) \end{aligned}$$

32. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} \text{㉠ } 2x^3 - 8x^2 - 10x &= 2x(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2x(x - 5)(\text{ }) \\ \text{㉡ } (x + y)^2 + 3(x + y) + 2 &\text{에서 } \text{ } \text{를 } A \\ &\text{로 치환한다.} \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

- ① $x - 1, x - y$ ② $x - 1, x + y$
 ③ $x + 1, x - y$ ④ $x + 1, x + y$
 ⑤ $x, x + y$

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 - 8x^2 - 10x &= 2x(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2x(x - 5)(x + 1) \end{aligned}$$

33. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여
 $k \frac{z^2(y - x) + x^2(z - y) + y^2(x - z)}{(x - y)(y - z)(z - x)} = 3$ 일 때,
 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} &\text{분자의 식을 } x \text{에 관한 내림차순 정리하면} \\ z^2(y - x) + x^2(z - y) + y^2(x - z) \\ &= yz^2 - xz^2 + x^2z - x^2y + xy^2 - y^2z \\ &= (z - y)x^2 - (z^2 - y^2)x + (z - y)yz \\ &= (z - y)\{x^2 - (z + y)x + yz\} \\ &= (z - y)(x - y)(x - z) \\ &= (x - y)(y - z)(z - x) \\ \therefore (\text{주어진 식}) &= k \frac{(x - y)(y - z)(z - x)}{(x - y)(y - z)(z - x)} = 3 \\ \therefore k &= 3 \end{aligned}$$

34. $\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = -2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$a+1 = A, b+1 = B$ 로 치환하면

$$\frac{(a+1)^2 + (b+1)^2}{(a+1)(b+1)} = \frac{A^2 + B^2}{AB} = -2$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = 0, (A+B)^2 = 0$$

$$A+B = a+b+2 = 0$$

$$\therefore a+b = -2$$