

확인학습문제

1. $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$ 의 분모를 유리화할 때, 다음 중 어떤 수를 분자, 분모에 곱하면 가장 편리한가? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ -2
 ④ $\sqrt{3}-2$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

해설

$$\frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}$$

2. $\frac{4}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하면? [배점 2, 하중]

- ① $4\sqrt{3}+8$ ② $-4\sqrt{3}+8$
 ③ $-4\sqrt{3}-8$ ④ $-4\sqrt{3}+2$
 ⑤ $-4\sqrt{3}-2$

해설

$$\frac{4(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{4\sqrt{3}+8}{-1} = -4\sqrt{3}-8$$

3. $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ 의 분모를 유리화한 것은? [배점 2, 하중]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $3-2\sqrt{2}$
 ③ $-3+2\sqrt{2}$ ④ $3+2\sqrt{2}$
 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 3+2\sqrt{2}$$

4. $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-3}$ 의 분모를 유리화하면? [배점 2, 하중]

- ① $\frac{13\sqrt{5}}{11}$ ② $\frac{10+3\sqrt{5}}{11}$ ③ $\frac{10+3\sqrt{5}}{29}$
 ④ $\frac{10-3\sqrt{5}}{11}$ ⑤ $\frac{5}{10-3\sqrt{5}}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{5}(2\sqrt{5}+3)}{(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)} &= \frac{10+3\sqrt{5}}{(2\sqrt{5})^2-3^2} \\ &= \frac{10+3\sqrt{5}}{20-9} = \frac{10+3\sqrt{5}}{11} \end{aligned}$$

5. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ 을 계산하면? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$$\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3}) - (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

6. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하면? [배점 3, 하상]

- ① $3+2\sqrt{3}$ ② $-3-2\sqrt{3}$
 ③ $-3+2\sqrt{3}$ ④ $3-2\sqrt{3}$
 ⑤ $3+\sqrt{3}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{3}+2$ 를 곱하면

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{3+2\sqrt{3}}{3-4} = \frac{3+2\sqrt{3}}{-1} = -3-2\sqrt{3}$$

7. $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}}$ 을 계산하면? [배점 3, 하상]

- ① $-2\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{6}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

분모를 유리화하면,

$$\frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} - \frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{4-3} - \frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{4-3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - (2\sqrt{2} + \sqrt{6}) = 2\sqrt{2} - \sqrt{6} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6} = -2\sqrt{6}$$

8. $x = \sqrt{3}, y = \sqrt{2}$ 일 때, $(x+y)^2 + (x+y)(x-y)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $6+2\sqrt{6}$ ② $6-2\sqrt{6}$ ③ $2-6\sqrt{2}$
 ④ $2+6\sqrt{2}$ ⑤ 1

해설

$x+y = \sqrt{3} + \sqrt{2}, x-y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 이므로

$$(x+y)^2 + (x+y)(x-y)$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$= 3 + 2 + 2\sqrt{6} + 3 - 2 = 6 + 2\sqrt{6}$$

9. 다음 보기에서 $(x - y)^2$ 과 같은 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|----------------|----------------|
| ㉠ $(-x - y)^2$ | ㉡ $(-x + y)^2$ |
| ㉢ $-(x - y)^2$ | ㉣ $(y - x)^2$ |

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

- ㉠ $(-x - y)^2 = \{-(x + y)\}^2 = (x + y)^2$
- ㉡ $(-x + y)^2 = \{-(x - y)\}^2 = (x - y)^2$
- ㉢ $-(x - y)^2 = -(x^2 - 2xy + y^2) = -x^2 + 2xy - y^2$
- ㉣ $(y - x)^2 = \{-(x - y)\}^2 = (x - y)^2$

10. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용 되는 곱셈 공식을 바르게 나타낸 것은? (단, a, b, c, d 는 자연수)

[배점 3, 하상]

- ① $501^2 \Rightarrow (a - b)^2$
- ② $499^2 \Rightarrow (a + b)^2$
- ③ $997^2 \Rightarrow (a + b)(a - b)$
- ④ $103 \times 97 \Rightarrow (ax + b)(cx + d)$
- ⑤ $104 \times 98 \Rightarrow (x + a)(x - b)$

해설

- $501^2 = (500 + 1)^2 \Rightarrow (a + b)^2$
- $499^2 = (500 - 1)^2 \Rightarrow (a - b)^2$
- $997^2 = (1000 - 3)^2 \Rightarrow (a - b)^2$
- $103 \times 97 = (100 + 3)(100 - 3) \Rightarrow (a + b)(a - b)$

11. $x = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}, y = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ 일 때, $(x + y)(x - y)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① $6\sqrt{3}$
- ② 8
- ③ $8\sqrt{3}$
- ④ 12
- ⑤ 24

해설

$x = 2 + \sqrt{3}, y = 2 - \sqrt{3}$ 이므로
 $(x + y)(x - y) = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

12. $x = \frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}, y = \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ 일 때 $x + y$ 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
- ② $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $5\sqrt{2}$
- ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$x = \frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \sqrt{5} - \sqrt{2}, y = \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$ 이므로 $x + y = 2\sqrt{5}$

13. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면? [배점 3, 중하]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

14. $(a\sqrt{2}+1)(6\sqrt{2}+3)$ 을 계산한 결과가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $a = -2$

해설

$$(a\sqrt{2} + 1)(6\sqrt{2} + 3) = 12a + 3a\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 3 = (12a + 3) + (3a + 6)\sqrt{2}$$

가 유리수가 되기 위해 $3a + 6 = 0 \therefore a = -2$

15. $(3 + \sqrt{5})(-6 - a\sqrt{5})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(3 + \sqrt{5})(-6 - a\sqrt{5}) = -18 - 6\sqrt{5} - 3a\sqrt{5} - 5a = -18 - 5a - 3(a + 2)\sqrt{5}$$

가 유리수가 되기 위해 $3(a + 2) = 0 \therefore a = -2$

16. $1 + \sqrt{5}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $2b - a$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $2\sqrt{5} - 7$

해설

$$1 + \sqrt{5} = 3. \times \times \text{이므로}$$

$1 + \sqrt{5}$ 의 정수 부분을 3, 소수 부분은 $\sqrt{5} - 2$

$$\therefore 2b - a = 2(\sqrt{5} - 2) - 3 = 2\sqrt{5} - 4 - 3 = 2\sqrt{5} - 7$$

17. 다음 식을 전개한 것으로 옳은 것은?

$$(2x - \sqrt{3})(\sqrt{2}x + 3)$$

[배점 3, 중하]

- ① $2\sqrt{2}x^2 + (3\sqrt{2} + \sqrt{6})x - 3\sqrt{3}$
 ② $2\sqrt{2}x^2 + (6 - \sqrt{6})x - 3\sqrt{3}$
 ③ $2\sqrt{2}x^2 + (6 + \sqrt{6})x + 3\sqrt{3}$
 ④ $2\sqrt{2}x^2 - (3\sqrt{2} + \sqrt{6})x - 3\sqrt{3}$
 ⑤ $2\sqrt{2}x^2 - (3\sqrt{2} - \sqrt{6})x - 3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 2\sqrt{2}x^2 + 6x - \sqrt{6}x - 3\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{2}x^2 + (6 - \sqrt{6})x - 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

18. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용할 수 있는 곱셈공식으로 적절하지 않은 것은 ?
[배점 4, 중중]

- ① $91^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ② $597^2 \rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③ $103^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ④ $84 \times 75 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ⑤ $50.9 \times 49.1 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

해설

19. $(x+y+3)(x+y-2) = Ax^2 + By^2 + Cxy + x + y - 6$ 가 성립할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4

해설
 $x+y = A$ 라 하면
 $(x+y+3)(x+y-2) = (A+3)(A-2) = A^2 + A - 6 = (x+y)^2 + (x+y) - 6 = x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 6$
 $A = 1, B = 1, C = 2$
 $\therefore A+B+C = 4$

20. $(2x+1-\sqrt{2})(2x+1+\sqrt{2}) = ax^2 + bx - 1$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 8

해설
 $2x+1 = X$ 라 하면
 $(X-\sqrt{2})(X+\sqrt{2}) = X^2 - 2 = (2x+1)^2 - 2 = 4x^2 + 4x + 1 - 2 = 4x^2 + 4x - 1$
 $\therefore a = 4, b = 4 \therefore a+b = 8$

21. 다음 식을 치환하여 전개하면?

$$(2x+3y-4)(2x-3y+4)$$

[배점 4, 중중]

- ① $4x^2 - y^2 + y - 16$
- ② $4x^2 - y^2 + 9y - 16$
- ③ $4x^2 - 9y^2 + y - 16$
- ④ $4x^2 + 9y^2 - 24y - 16$
- ⑤ $4x^2 - 9y^2 + 24y - 16$

해설
 $3y-4 = t$ 라 하면
 $\{2x+(3y-4)\}\{2x-(3y-4)\} = (2x+t)(2x-t) = 4x^2 - t^2 = 4x^2 - (3y-4)^2 = 4x^2 - 9y^2 + 24y - 16$

22. $x + y = 6, xy = 4, x > y$ 일 때, $\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}\right)^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \\ &= \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{\sqrt{(x - y)^2}} \\ &= \frac{6 + 4}{\sqrt{20}} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

23. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x - \frac{1}{x} < 0$ 을 만족하는 $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $-\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = (3)^2 - 4 = 5 \\ x - \frac{1}{x} < 0 \text{ 이므로 } x - \frac{1}{x} &= -\sqrt{5} \end{aligned}$$

24. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 x 라 할 때, $(x + 4)^2 - (2 - \sqrt{5})x$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

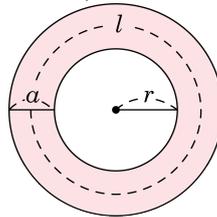
① 9 ② $4\sqrt{5} + 9$ ③ $4\sqrt{5} - 18$

④ 18 ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{5} < 3, x = \sqrt{5} - 2 \\ (\sqrt{5} - 2 + 4)^2 - (2 - \sqrt{5})(\sqrt{5} - 2) \\ &= (\sqrt{5} + 2)^2 + (\sqrt{5} - 2)^2 \\ &= 5 + 4\sqrt{5} + 4 + (5 - 4\sqrt{5} + 4) = 18 \end{aligned}$$

25. 반지름의 길이가 r 인 원모양의 연못 둘레에 아래 그림과 같이 너비가 a 인 길이 있다. 이 길의 한 가운데를 지나는 원의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, 이 길의 넓이 S 를 a, l 의 식으로 나타내면?



[배점 5, 중상]

① $S = a + l$ ② $S = a - l$

③ $S = -a + l$ ④ $S = al$

⑤ $S = \frac{al}{2}$

해설

$$\begin{aligned} l &= (a + 2r)\pi \\ S &= (a + r)^2\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar + r^2)\pi - \pi r^2 \\ &= (a^2 + 2ar)\pi \\ \therefore S &= a(a + 2r)\pi = al \end{aligned}$$