확인학습문제

1. 다음 중 $\sqrt{4.3} \fallingdotseq 2.074$ 임을 이용하여 근삿값을 구할 수 없는 것을 골라라.

㉠ $\sqrt{0.043}$	㉡ $\sqrt{430}$
㉢ $\sqrt{0.43}$	㉣ $\sqrt{43000}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\sqrt{0.043} = \sqrt{\frac{4.3}{100}} = \frac{\sqrt{4.3}}{10} \fallingdotseq \frac{2.074}{10} \fallingdotseq 0.2074$

㉡ $\sqrt{430} = \sqrt{4.3 \times 10^2} = 10\sqrt{4.3} \fallingdotseq 20.74$

㉢ $\sqrt{0.43} = \sqrt{\frac{43}{100}} = \frac{\sqrt{43}}{10}$

㉣ $\sqrt{43000} = \sqrt{4.3 \times 10^4} = 100\sqrt{4.3} \fallingdotseq 207.4$

이므로 $\sqrt{4.3} \fallingdotseq 2.074$ 임을 이용하여 근삿값을 구할 수 없는 것은 ㉢이다.

2. $2+\sqrt{3}$ 의 소수 부분은? [배점 2, 하중]

① $\sqrt{3}-5$ ② $\sqrt{3}-4$ ③ $\sqrt{3}-3$

④ $\sqrt{3}-2$ ⑤ $\sqrt{3}-1$

해설

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2+\sqrt{3} < 4$ 이므로

$2+(\sqrt{3}$ 의 정수 부분$) = 3$

(소수 부분)$= \left(2+\sqrt{3}\right) - 3 = \sqrt{3}-1$

3. $\sqrt{2.13}$ 의 근삿값을 A , $\sqrt{B} \fallingdotseq 1.552$ 일 때, A, B 의 값을 바르게 구한 것은?

수	0	1	2	3	⋯
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	⋯
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	⋯
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	⋯
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	⋯
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	⋯

[배점 3, 하상]

① $A : 1.517, B : 2.32$ ② $A : 1.517, B : 2.41$

③ $A : 1.459, B : 2.41$ ④ $A : 1.459, B : 2.33$

⑤ $A : 1.414, B : 2.03$

해설

표에서 2.13 을 찾으면 1.459 이므로 $\sqrt{2.13} \fallingdotseq 1.459$ 이고 근삿값인 1.552 를 찾으면 2.41 이므로 $\sqrt{2.41} \fallingdotseq 1.552$ 이다.

4. $\sqrt{5} \fallingdotseq 2.236$, $\sqrt{50} \fallingdotseq 7.071$ 일 때, $\sqrt{5000}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 70.71

해설

$\sqrt{5000} = 10\sqrt{50} \fallingdotseq 70.71$

5. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{500}$ 을 a 를 사용하여 나타내면? [배점 3, 하상]

① $10a+10$ ② $10a+20$ ③ $10a$

④ $10a-10$ ⑤ $10a-20$

해설

$2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 정수 부분은 2, 소수 부분 $a = \sqrt{5} - 2$

$\therefore \sqrt{5} = a + 2$

$\sqrt{500} = 10\sqrt{5} = 10(a+2) = 10a + 20$

6. $\sqrt{6}$의 소수 부분을 a , $\sqrt{8}$의 정수 부분을 b라고 할 때, $2a-3b$의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① $2\sqrt{2}-4$ ② $\sqrt{6}$

③ $\sqrt{6}-4$ ④ $-6\sqrt{2}+10$

⑤ $2\sqrt{6}-10$

해설

$2 < \sqrt{6} < 3$ 이므로 $\sqrt{6}$ 의 정수 부분 2, 소수 부분 $a = \sqrt{6} - 2$

$2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분 $b = 2$

$\therefore 2a - 3b = 2(\sqrt{6}-2) - 3 \times 2 = 2\sqrt{6} - 10$

7. $\sqrt{20}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\dfrac{a+1}{b+4}$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

$4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로

$\therefore a = 4$, $b = \sqrt{20} - 4 = 2\sqrt{5} - 4$

$\therefore \dfrac{a+1}{b+4} = \dfrac{5}{2\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

8. $\sqrt{6} \fallingdotseq 2.499$ 일 때, $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 의 근삿값을 구하면? [배점 3, 하상]

① 0.395 ② 0.471 ③ 0.643

④ 0.833 ⑤ 1.211

해설

$\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \fallingdotseq \dfrac{2.499}{3} = 0.833$

9. $\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① $\frac{\sqrt{2}}{2} \fallingdotseq 0.707$

② $\frac{\sqrt{8}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4} \fallingdotseq 0.3535$

③ $\sqrt{200} \fallingdotseq 14.14$

④ $\frac{6}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2} \fallingdotseq 4.242$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}} + 1 = 2\sqrt{2} + 1 \fallingdotseq 3.828$

해설

④ $\frac{6}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2} \fallingdotseq 1.414$

10. $9 + \sqrt{15}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{15} - 36$

해설

$a = 12,\ b = \sqrt{15} - 3$

$\therefore\ ab = 12\left(\sqrt{15} - 3\right) = 12\sqrt{15} - 36$

11. $\sqrt{2} = a,\ \sqrt{6} = b$ 일 때, $\sqrt{0.96} + \sqrt{200}$ 을 $a,\ b$ 를 이용하여 나타내면? [배점 3, 중하]

① $5a + \frac{1}{10}b$ ② $5a + \frac{1}{20}b$

③ $10a + \frac{2}{5}b$ ④ $10a + \frac{1}{25}b$

⑤ $15a + \frac{1}{20}b$

해설

$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \frac{\sqrt{2^4 \times 6}}{10} = \frac{4\sqrt{6}}{10} = \frac{2}{5}b$

$\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2} = 10a$

$\therefore\ \sqrt{0.96} + \sqrt{200} = 10a + \frac{2}{5}b$

12. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389

[배점 3, 중하]

① $\sqrt{162}$ ② $\sqrt{0.0192}$ ③ $\sqrt{17200}$

④ $\sqrt{180}$ ⑤ $\sqrt{0.00152}$

해설

① $\sqrt{162} = \sqrt{1.62 \times 100} = 10\sqrt{1.62} \fallingdotseq 10 \times 1.273 \fallingdotseq 12.73$

② $\sqrt{0.0192} = \sqrt{\frac{1.92}{100}} = \frac{\sqrt{1.92}}{10} \fallingdotseq 0.1386$

③ $\sqrt{17200} = \sqrt{1.72 \times 10^4} = 100\sqrt{1.72} \fallingdotseq 131.1$

④ $\sqrt{180} = \sqrt{1.80 \times 10^2} = 10\sqrt{1.80} \fallingdotseq 13.42$

⑤ $\sqrt{0.00152} = \sqrt{\frac{15.2}{10000}} = \frac{\sqrt{15.2}}{100}$

13. 다음 중 제곱근의 근삿값을 구할 때, $\sqrt{5} \fallingdotseq 2.236$ 임을 이용하여 구할 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

① $\sqrt{2000}$ ② $\sqrt{50000}$ ③ $\sqrt{0.0005}$

④ $\sqrt{0.02}$ ⑤ $\sqrt{0.05}$

해설

① $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}$

② $\sqrt{50000} = 100\sqrt{5}$

③ $\sqrt{0.0005} = \sqrt{\frac{5}{10000}} = \frac{\sqrt{5}}{100}$

⑤ $\sqrt{0.05} = \sqrt{\frac{5}{100}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$

14. $\sqrt{7}$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a+b$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $2+\sqrt{7}$

해설

$a = 2$ 이므로, $b = \sqrt{7} - 2$ 가 된다.

$2a + b = 2 \times 2 + (\sqrt{7} - 2) = 2 + \sqrt{7}$

15. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{2} + \sqrt{0.002}$ 의 근삿값을 구하면?

수	0	1	2
2	1.414	1.418	1.421
	⋮	⋮	⋮
19	4.359	4.370	4.382
20	4.472	4.483	4.494
21	4.583	4.593	4.604

[배점 3, 중하]

① 1.8612 ② 5.897 ③ 1.4281

④ 1.3612 ⑤ 1.459

해설

$\sqrt{2} + \sqrt{\frac{20}{100^2}} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{20}}{100}$

$\fallingdotseq 1.414 + \frac{1}{100} \times 4.472 \fallingdotseq 1.414 + 0.04472 \fallingdotseq 1.45872$

16. $\sqrt{4.53} \fallingdotseq 2.128, \sqrt{45.3} \fallingdotseq 6.731$ 일 때, 다음 보기 중 근삿값을 바르게 구한 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\sqrt{0.453} = 0.6731$

㉡ $\sqrt{45300} = 21.28$

㉢ $\sqrt{4530} = 67.31$

㉣ $\sqrt{0.0453} = 0.06731$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉡ $\sqrt{45300} = 212.8$

㉣ $\sqrt{0.0453} = 0.2128$

17. $\sqrt{48} + \dfrac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 구하면?

[배점 3, 중하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} + \frac{\left(2\sqrt{3}-9\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$= 4\sqrt{3} + \frac{6-9\sqrt{3}}{3}$$
$$= 4\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$$

따라서, $1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2+\sqrt{3} < 4$ 이므로 구하는 정수부분은 3 이다.

18. $\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414$ 일 때, $\sqrt{5.\dot{5}}$ 의 근삿값을 소수 셋째 자리에서 반올림하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2.36

해설

$$\sqrt{5.\dot{5}} = \sqrt{\frac{50}{9}} = \frac{5\sqrt{2}}{3} \fallingdotseq \frac{5}{3} \times 1.414 \fallingdotseq 2.36$$

19. $\sqrt{5}$의 소수 부분을 a라고 할 때, $a^2 - (2+\sqrt{5})a + 4\sqrt{5}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a = \sqrt{5} - 2$

$a^2 - (2+\sqrt{5})a + 4\sqrt{5}$

$= (\sqrt{5}-2)^2 - (2+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2) + 4\sqrt{5}$

$= 5 - 4\sqrt{5} + 4 - (5-4) + 4\sqrt{5} = 8$

20. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 있는 것은?

수	0	1	2	3
40	6.325	6.332	6.340	6.348
41	6.403	6.411	6.419	6.427
42	6.481	6.488	6.496	6.504
43	6.557	6.565	6.573	6.580

[배점 4, 중중]

① 6.431 ② 6.287 ③ 6.573
④ 6.590 ⑤ 6.661

해설

③ 을 제외한 나머지는 제곱근표에 없다.

21. 다음 중 나머지 4 개의 근삿값과 숫자 배열이 다른 하나는? [배점 4, 중중]

① $\sqrt{7.2}$ ② $\sqrt{720}$
③ $\sqrt{7200000}$ ④ $\sqrt{0.0072}$
⑤ $\sqrt{0.072}$

해설

$\sqrt{0.0072}$는 $\sqrt{72}$의 숫자배열과 같다.

22. $\sqrt{15} \fallingdotseq 3.873$일 때, $\sqrt{a} \fallingdotseq 0.3873$을 만족하는 a의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

① 1500 ② 1.5 ③ 0.15
④ 0.015 ⑤ 0.0015

해설

$\sqrt{15} \fallingdotseq 3.873$, $\dfrac{\sqrt{15}}{10} \fallingdotseq 0.3873$이므로

$\dfrac{\sqrt{15}}{10} = \sqrt{\dfrac{15}{100}} = \sqrt{\dfrac{3}{20}}$, $a = \dfrac{3}{20} = 0.15$

23. $\sqrt{125} - \dfrac{3\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}}$ 의 정수 부분의 값을 구하여라. (단, $\sqrt{5} \fallingdotseq 2.236$) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\sqrt{5^3} - \dfrac{3\sqrt{5}-5}{\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$= 5\sqrt{5} - \dfrac{15-5\sqrt{5}}{5}$

$= 5\sqrt{5} - 3 + \sqrt{5} = 6\sqrt{5} - 3$

따라서 $\sqrt{5} \fallingdotseq 2.236$ 이므로 대입하여 계산하면 정수부분은 10이다.

24. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분이 5 일 때, 자연수 x 의 값이 아닌 것은? [배점 4, 중중]

① 25 ② 27 ③ 31 ④ 34 ⑤ 36

해설

$\sqrt{x} = 5. \times \times$

$5 \le \sqrt{x} < 6 \quad \rightarrow \quad 25 \le x < 36$

25. $\sqrt{3} \fallingdotseq 1.732$ 일 때, $\sqrt{27} + \frac{1}{\sqrt{12}}$ 의 근삿값을 소수점 아래 넷째 자리에서 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5.485

해설

$\sqrt{27} + \frac{1}{\sqrt{12}}$

$= 3\sqrt{3} + \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$= (3 \times 1.732) + \frac{1.732}{6} = 5.48466666666 \cdots \therefore$ 5.485

26. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}})$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

① 1.414 ② -1.732 ③ 1.732

④ -2.449 ⑤ 2.449

해설

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{6} = -2.449$

27. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{2004}$ 의 근삿값을 구하면?

수	0	1	2	3	4
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010
5.0	2.230	2.238	2.241	2.243	2.245

[배점 5, 중상]

① 44.72 ② 34.64 ③ 34.70
④ 34.76 ⑤ 44.76

해설

$\sqrt{2004} = \sqrt{4 \times 501} = 2\sqrt{501} = 2 \times \sqrt{5.01 \times 100} = 20\sqrt{5.01}$
주어진 표에서 $5.01 = 2.238$
$20 \times 2.238 = 44.76$

28. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$이라 할 때, $f(175) - 2f(28) = a\sqrt{7} + b$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

i) $13 < \sqrt{175} = 5\sqrt{7} < 14 \therefore f(175) = 5\sqrt{7} - 13$
ii) $5 < \sqrt{28} = 2\sqrt{7} < 6 \ \therefore f(28) = 2\sqrt{7} - 5$
$f(175) - 2f(28) = 5\sqrt{7} - 13 - 4\sqrt{7} + 10 = \sqrt{7} - 3 = a\sqrt{7} + b$
$a = 1, b = -3$
$\therefore ab = 1 \times (-3) = -3$

29. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$이라 할 때, $f(80) + f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① -28 ② -7 ③ 0
④ 7 ⑤ 21

해설

i)$8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \ \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$
ii)$6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \ \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$
$f(80) + f(45) = 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6 = 7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b$
$a = 7, b = -14$
$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$

30. $\sqrt{1.94} \fallingdotseq 1.393$ 일 때, $\sqrt{x} - 1 \fallingdotseq -0.8607$ 을 만족하는 x 의 값은? [배점 5, 중상]

① $\sqrt{0.00194}$ ② $\sqrt{0.0194}$ ③ $\sqrt{19.4}$
④ $\sqrt{19400}$ ⑤ $\sqrt{1940}$

해설

$\sqrt{x} - 1 \fallingdotseq -0.8607$
$\sqrt{x} \fallingdotseq 1 - 0.8607 = 0.1393$
$\therefore \sqrt{x} \fallingdotseq 0.1393 = \frac{1}{10} \times 1.393 = \sqrt{\frac{1}{100} \times 1.94} = \sqrt{0.0194}$

31. $\sqrt{4.54} \fallingdotseq 2.131$ 일 때, $\sqrt{x} - 25 \fallingdotseq -3.69$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 454

해설

$\sqrt{x} \fallingdotseq 25 - 3.69 = 2.131 \times 10 \fallingdotseq \sqrt{4.54 \times 10^2} = \sqrt{454}$

$\therefore x = 454$

32. $\sqrt{2}$ 의 근삿값을 x , $\sqrt{5}$ 의 근삿값을 y 라고 할 때, $\sqrt{32} + \sqrt{0.45} + \dfrac{8}{\sqrt{2}} + \dfrac{6}{\sqrt{5}} - \sqrt{50}$ 의 근삿값을 x , y 를 써서 나타내면 $ax + by$ 이다. 이때, $a \times \dfrac{1}{b}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 1 ② −1 ③ 2 ④ −2 ⑤ 3

해설

$\sqrt{32} + \sqrt{0.45} + \dfrac{8}{\sqrt{2}} + \dfrac{6}{\sqrt{5}} - \sqrt{50}$

$= 4\sqrt{2} + \dfrac{\sqrt{45}}{10} + \dfrac{8\sqrt{2}}{2} + \dfrac{6\sqrt{5}}{5} - 5\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2} + \dfrac{3\sqrt{5}}{10} + \dfrac{12\sqrt{5}}{10} = 3\sqrt{2} + \dfrac{15\sqrt{5}}{10}$

$a = 3, b = \dfrac{3}{2}$

$\therefore a \times \dfrac{1}{b} = 3 \times \dfrac{2}{3} = 2$

33. $\sqrt{2}$ 의 근삿값을 x , $\sqrt{3}$ 의 근삿값을 y 라고 할 때, $\sqrt{0.32} + \sqrt{50} + \dfrac{9}{5\sqrt{3}} - \sqrt{0.12}$ 의 근삿값을 x, y 를 써서 나타내면 $ax + by$ 이다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\dfrac{23}{5}$ ② 5 ③ $\dfrac{27}{5}$ ④ $\dfrac{29}{5}$ ⑤ 6

해설

$\sqrt{0.32} + \sqrt{50} = \dfrac{4}{10}\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \dfrac{27}{5}\sqrt{2} = \dfrac{27}{5}x$

$\dfrac{9}{5\sqrt{3}} - \sqrt{0.12} = \dfrac{9\sqrt{3}}{15} - \dfrac{\sqrt{3}}{5} = \dfrac{2\sqrt{3}}{5} = \dfrac{2}{5}y$

$\therefore a - b = \dfrac{27}{5} - \dfrac{2}{5} = \dfrac{25}{5} = 5$

34. 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 은 $\sqrt{n}$ 의 정수 부분을 나타낼 때, $f(1) + f(3) + f(5) + \cdots + f(19)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 26

해설

$f(1), f(3) = 1$

$f(5), f(7) = 2$

$f(9), f(11), f(13), f(15) = 3$

$f(17), f(19) = 4$

$1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 2 = 2 + 4 + 12 + 8 = 26$

35. a 가 두 자리 자연수일 때, $\frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2}$ 의 정수부분이 3 이 되도록 하는 a 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 21 개

해설

$3 \le \frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}-2} < 4$ 에서 양변에 $\sqrt{a}-2$ ($\because$ $\sqrt{a}-2 > 0$) 를 곱하면

$3(\sqrt{a}-2) \le \sqrt{a}+8 < 4(\sqrt{a}-2)$

$3\sqrt{a}-6 \le \sqrt{a}+8$ 에서 $\sqrt{a} \le 7$ 이므로 $a \le 49$

$\sqrt{a}+8 < 4\sqrt{a}-8$ 에서 $-3\sqrt{a} < -16$, $\sqrt{a} > \frac{16}{3}$

이므로 $a > \frac{256}{9}$

즉, $\frac{256}{9} < a \le 49$ 에서 a 는 두 자리 자연수 이므로 $29, 30, \cdots, 49$ 이다.

따라서 a 의 개수는 21 개이다.