

확인학습문제

1. $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{6}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

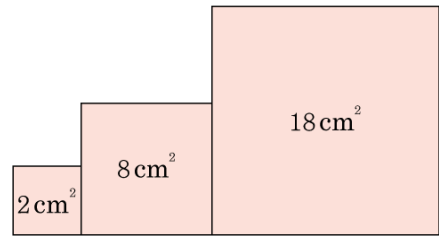
▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}(2-4\sqrt{3})}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - (\sqrt{2}-2\sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &a = -7, b = 4 \\ &\therefore ab = -28 \end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같이 넓이가 각각 2cm^2 , 8cm^2 , 18cm^2 인 정사각형 모양의 타일을 이어 붙였다. 이 때, 이 타일로 이루어진 도형의 둘레의 길이는?



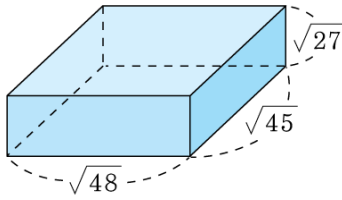
[배점 2, 하중]

- ① $12\sqrt{2}\text{cm}$ ② $13\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $15\sqrt{2}\text{cm}$
④ $17\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $18\sqrt{2}\text{cm}$

해설

넓이가 각각 2cm^2 , 8cm^2 , 18cm^2 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}\text{cm}$, $2\sqrt{2}\text{cm}$, $3\sqrt{2}\text{cm}$ 이므로 이 타일로 이루어진 도형의 둘레의 길이는 $(\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \times 4 - (\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) \times 2 = 18\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

3. 다음 직육면체의 모서리의 길이의 합을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $28\sqrt{3} + 12\sqrt{5}$

해설

모서리의 길이의 합은

$$\begin{aligned} 4(\sqrt{48} + \sqrt{45} + \sqrt{27}) &= 4(4\sqrt{3} + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{3}) \\ &= 4(7\sqrt{3} + 3\sqrt{5}) \\ &= 28\sqrt{3} + 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

4. $\sqrt{45} + \sqrt{15} \times \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{10} \div \sqrt{2} = x\sqrt{5}$ 를 만족하는 상수 x 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{9 \times 5} + 3\sqrt{\frac{15}{3}} - \sqrt{\frac{10}{2}} &= 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = \\ 5\sqrt{5} \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

5. $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{32}}$ 을 계산하면?

[배점 3, 하상]

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{8}$

④ $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{8}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{32}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{4\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{8} = \frac{4\sqrt{2}}{8} - \frac{3\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{8} \end{aligned}$$

6. 다음 식을 간단히 하면?

보기

$$\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{48}$$

[배점 3, 하상]

① $-\sqrt{3}$

② $\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3}$

⑤ $7\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{48} &= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3} \end{aligned}$$

7. 넓이가 50, 72 인 정사각형이 두 개가 있다. 정사각형 각각의 둘레를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $4\sqrt{3}, 6\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$
 ③ $5\sqrt{3}, 6\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$
 ⑤ $5\sqrt{7}, 6\sqrt{7}$

해설

정사각형 한 변의 길이를 각각 x, y 라고 하면
 $x^2 = 50, x = \pm 5\sqrt{2}, y^2 = 72, y = \pm 6\sqrt{2}$ 이다.
 길이는 양수이므로
 $x = 5\sqrt{2}, y = 6\sqrt{2}$ 이다.

8. 다음 식의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 x 의 값을 구하여라.

$$\sqrt{3}(\sqrt{3} - 5) + x(2 - \sqrt{3})$$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $x = -5$

해설

$\sqrt{3}(\sqrt{3} - 5) + x(2 - \sqrt{3}) = 3 - 5\sqrt{3} + 2x - x\sqrt{3}$
 이므로 유리식이 되기 위해서는 근호가 없어져야 한다.
 따라서 $-5\sqrt{3} - x\sqrt{3} = 0$ 이 되기 위해서 $x = -5$ 이어야 한다.

9. $\sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3})$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 하상]

- ① $3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$
 ③ $4\sqrt{2} - \sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$
 ⑤ $5\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

10. $3\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2\sqrt{45}$ 을 바르게 계산한 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $-2\sqrt{5}$ ② $-3\sqrt{5}$ ③ $-4\sqrt{5}$
 ④ $-5\sqrt{5}$ ⑤ $-6\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2\sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = -5\sqrt{5} \end{aligned}$$

11. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $\sqrt{10} - \sqrt{45} + \sqrt{40} = -\sqrt{5} + 3\sqrt{10}$
 ㉡ $\sqrt{24} + \sqrt{54} + \sqrt{27} - \sqrt{12} = 5\sqrt{6} + \sqrt{3}$
 ㉢ $\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{48} - \sqrt{12} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$
 ㉣ $\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{28}{\sqrt{28}} = \sqrt{3} - \sqrt{7}$
 ㉤ $\sqrt{80} - \sqrt{20} - \frac{10}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉤
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned} \text{㉡ } & \sqrt{24} + \sqrt{54} + \sqrt{27} - \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{6} + \sqrt{3} \\ \text{㉢ } & \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{48} - \sqrt{12} \\ &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

12. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80} = -\sqrt{5} + \sqrt{10}$
 ㉡ $\sqrt{12} + \sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3}$
 ㉢ $\sqrt{32} - \sqrt{18} + \sqrt{3} - \sqrt{48} = \sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 ㉣ $\frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{30}{\sqrt{45}} = -9\sqrt{5}$
 ㉤ $\sqrt{125} - \sqrt{5} - \frac{15}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

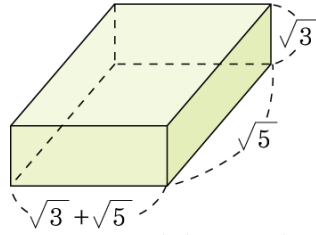
▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} \text{㉡ } & \sqrt{12} + \sqrt{48} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \\ \text{㉢ } & 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{2} - 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같은 직육면체의 겉넓이는?



[배점 3, 중하]

- ① $12 + 6\sqrt{11}$ ② $14 + 6\sqrt{11}$
 ③ $14 + 6\sqrt{15}$ ④ $16 + 6\sqrt{15}$
 ⑤ $18 + 6\sqrt{15}$

해설

$$\begin{aligned} \text{직육면체의 겉넓이는} &= 2 \times \{ \sqrt{5}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) + \sqrt{3}\sqrt{5} + \sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \} \\ &= 2(8 + 3\sqrt{15}) = 16 + 6\sqrt{15} \end{aligned}$$

14. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{c}{d}$ 이고 $b = \sqrt{3}$, $c = \sqrt{5}$ 일 때, $(a-b)(c+d)$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $d > 0$)

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} \frac{d}{c} = \frac{c}{d} \text{에서 } \frac{d}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{d} \text{이면 } d &= \sqrt{5} \\ \frac{a}{b} = \frac{d}{c} \text{에서 } \frac{a}{\sqrt{3}} = 1 \text{이면 } a &= \sqrt{3} \\ \therefore (a-b)(c+d) &= (\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{5} + \sqrt{5}) = 0(\sqrt{5} + \sqrt{5}) = 0 \end{aligned}$$

15. $\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = k\sqrt{3}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{2}{3}$

해설

$$\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

16. $A = 3\sqrt{3} - 4$, $B = \sqrt{12} - 2A$, $C = B\sqrt{3} + 2$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $7\sqrt{3} - 6$

해설

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{3} - 4 \text{ 이므로} \\ B &= \sqrt{12} - 2A = 2\sqrt{3} - 2(3\sqrt{3} - 4) = -4\sqrt{3} + 8, \\ C &= B\sqrt{3} + 2 = (-4\sqrt{3} + 8)\sqrt{3} + 2 = 8\sqrt{3} - 10 \\ \therefore A + B + C &= 3\sqrt{3} - 4 + (-4\sqrt{3} + 8) + 8\sqrt{3} - 10 = 7\sqrt{3} - 6 \end{aligned}$$

17. 다음 세 수 A, B, C 의 대소 관계를 구하려고 한다.
다음 중 대소 관계를 나타낸 것으로 틀린 것을 모두 고르면?

$$A = \sqrt{5} + \sqrt{3}, B = \sqrt{5} + 1, C = 3 + \sqrt{3}$$

[배점 3, 중하]

- ① $A < B$ ② $A > B$
③ $A < C$ ④ $C < B < A$
⑤ $B < A < C$

해설

- (1) $A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{3} - 1 > 0$
(2) $A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - 3 < 0$
(1), (2)의 결과에 의하여 $B < A < C$

18. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a , a 의 역수를 b 라고 할 때, $(a - 1)x + 2(b + 3)y + 1 = 0$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{1}{8}$

▷ 정답: $y = -\frac{1}{16}$

해설

$\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a = \sqrt{5} - 2$ 이고,
 a 의 역수 $b = \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$ 이므로 분모를 유리화 시키면 $b = \sqrt{5} + 2$ 이다.

$(a - 1)x + 2(b + 3)y + 1 = 0$ 식에

$a = \sqrt{5} - 2, b = \sqrt{5} + 2$ 를 대입하면

$$(\sqrt{5} - 2 - 1)x + 2(\sqrt{5} + 2 + 3)y + 1 = 0$$

$$\text{정리하면 } (\sqrt{5} - 3)x + 2(\sqrt{5} + 5)y + 1 = 0,$$

$$\text{전개하면 } x\sqrt{5} - 3x + 2y\sqrt{5} + 10y + 1 = 0 \text{ 이다.}$$

(유리수) + (무리수) = 0 이므로

(유리수) = 0, (무리수) = 0 이 되어야 한다.

$$x\sqrt{5} + 2y\sqrt{5} = 0, -3x + 10y + 1 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x + 2y = 0, -3x + 10y = -1 \text{ 이다.}$$

두 식 $x + 2y = 0, -3x + 10y = -1$ 을 연립하여 풀면 $y = -\frac{1}{16}$ 이다.

또, $x + 2y = 0$ 에 $y = -\frac{1}{16}$ 을 대입하면 $x = \frac{1}{8}$ 이다.

19. $\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{18}}\right) + \frac{a}{\sqrt{3}}(\sqrt{12}-3)$ 이 유리수가 될 때,
유리수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2} \times \frac{10}{3\sqrt{2}} + 2a - \frac{3}{\sqrt{3}}a \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{10}{3} + 2a - \sqrt{3}a \\ &= \sqrt{3}\left(\frac{2}{3} - a\right) - \frac{10}{3} + 2a \\ & \text{유리수가 되기 위해서는 } \frac{2}{3} - a = 0 \text{ 이므로} \\ & \therefore a = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

20. $A = \sqrt{8} + \sqrt{63}$, $B = \sqrt{18} - \sqrt{7}$ 일 때, $\sqrt{7}A - \sqrt{2}B$
의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $14 + 3\sqrt{3}$ ② $14 - \sqrt{14}$
③ $15 - 2\sqrt{14}$ ④ $15 + 3\sqrt{14}$
⑤ $16 + 2\sqrt{14}$

해설

$$\begin{aligned} & A = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{7}, B = 3\sqrt{2} - \sqrt{7} \text{ 이므로} \\ & \sqrt{7}A - \sqrt{2}B \\ &= \sqrt{7}(2\sqrt{2} + 3\sqrt{7}) - \sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{7}) \\ &= 2\sqrt{14} + 21 - 6 + \sqrt{14} \\ &= 15 + 3\sqrt{14} \end{aligned}$$

21. $a = \sqrt{2}$ 일 때, $b = 2a - \frac{3}{a}$ 이면 b 는 a 의 몇 배인가?
[배점 4, 중중]

- ① 2 배 ② $\sqrt{2}$ 배 ③ $\frac{3}{2}$ 배
④ $\frac{1}{2}$ 배 ⑤ 3 배

해설

$$\begin{aligned} b &= 2a - \frac{3}{a} = 2\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \\ & \left(2 - \frac{3}{2}\right)\sqrt{2} = \frac{1}{2}a \end{aligned}$$

22. $4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6} = A\sqrt{2} + B\sqrt{6}$ 이 성립할
때, $A - B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수이다.)
[배점 4, 중중]

- ① 9 ② -9 ③ 3 ④ -3 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & 4\sqrt{2} - \frac{23}{2}\sqrt{6} - \sqrt{2} + \frac{11}{2}\sqrt{6} \\ &= (4-1)\sqrt{2} + \frac{-23+11}{2}\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \\ & A = 3, B = -6 \text{ 이므로 } A - B = 9 \end{aligned}$$

23. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
 ㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$
 ㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
 ㉣ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉣
 ③ ㉠, ㉢ ④ ㉠, ㉢, ㉣
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
 ㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 ㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
 ㉣ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} = 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

24. $x = \sqrt{5+3\sqrt{2}}, y = \sqrt{5-3\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 86

해설

$x^2 = 5 + 3\sqrt{2}, y^2 = 5 - 3\sqrt{2}$
 $\therefore x^2 + y^2 = 10, x^2 y^2 = 7$
 $x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 = 100$
 따라서 $x^4 + y^4 = 100 - 2x^2 y^2 = 100 - 14 = 86$ 이다.

25. $\sqrt{20} + \sqrt{0.2} + \frac{4}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5}, \sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = b\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{5} + \sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$
 $\therefore a = 3$
 $\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{10}} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = 3\sqrt{6}$
 $\therefore b = 3$
 $\therefore a \times b = 9$