확인학습문제

1. $\sqrt{x} < 3$ 인 자연수 x 는 몇 개인가?

[배점 2, 하중]

- ① 2개 ② 4개
 ③ 8개 ④ 10개

해설

$\sqrt{x} < \sqrt{9}$ 에서 $x < 9$
 따라서 9 보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 8 개이다.

2. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

[배점 2, 하중]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

3. $\sqrt{40-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

[배점 2, 하중]

- ① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 4$ 이다.

4. 다음 중 제곱근을 구할 수 있는 수를 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① 7 ② 3 ③ -25
 ④ -9 ⑤ -4

해설

(7의 제곱근) = $\pm\sqrt{7}$, (3의 제곱근) = $\pm\sqrt{3}$
 제곱해서 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

5. $(-4)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: -12

해설

$(-4)^2 = 16 = (\pm 4)^2$
 $\therefore a = +4$
 $\sqrt{81} = 9 = (\pm 3)^2$
 $\therefore b = -3$
 $\therefore ab = (+4) \times (-3) = -12$

6. 다음 부등식을 만족하는 자연수 x 는 몇 개인가?
 $-4 < -\sqrt{x} \leq -1$ [배점 3, 하상]

- ① 12개 ② 13개 ③ 14개
 ④ 15개 ⑤ 16개

해설

$1 \leq \sqrt{x} < 4$
 $1^2 \leq (\sqrt{x})^2 < 4^2$ 이므로
 $1 \leq x < 16$
 x 는 1 부터 15 까지의 자연수로 15개이다.

7. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\sqrt{a^2} - \sqrt{4a^2} = -3a$
 ㉡ $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-a)^2} = 0$
 ㉢ $\sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{2a})^2 = 3a$
 ㉣ $\sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2} = 7a$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

㉠ $\sqrt{a^2} - \sqrt{4a^2} = |a| - |2a| = -a$
 ㉢ $\sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2} = |3a| - |4a| = 3a - 4a = -a$

8. $\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(3\sqrt{3}-4)^2}$ 을 간단히 하여라.
 [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $8 - 5\sqrt{3}$

해설

$2\sqrt{3} = \sqrt{12} < 4 = \sqrt{16} < \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 이므로
 $\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(3\sqrt{3}-4)^2}$
 $= 4 - 2\sqrt{3} - (3\sqrt{3} - 4)$
 $= 4 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4$
 $= 8 - 5\sqrt{3}$

9. 다음 수 중에서 가장 작은 수는? [배점 3, 하상]

- ① $2\sqrt{3}$ ② 3 ③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$
 ④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$

해설

① $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$
 ② $3 = \sqrt{9}$
 ③ $\frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{7}{4}}$
 ④ $\sqrt{11}$
 ⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$
 $\therefore \frac{\sqrt{7}}{2} < \sqrt{\frac{7}{3}} < 3 < \sqrt{11} < 2\sqrt{3}$

10. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{(-5)^2}$ ② $(-\sqrt{5})^2$ ③ $-\sqrt{(-5)^2}$
 ④ $\sqrt{5^2}$ ⑤ $(\sqrt{5})^2$

해설

①, ②, ④, ⑤ $\sqrt{5^2} = \sqrt{(-5)^2} = (-\sqrt{5})^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$
 ③ $-\sqrt{(-5)^2} = -\sqrt{5^2} = -5$

11. $5 < \sqrt{4n} < 6$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$5 < \sqrt{4n} < 6 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{4n} < \sqrt{36}$
 $\frac{25}{4} < n < 9 \therefore n = 7, 8$

12. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\sqrt{90} < 10$ ㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$
 ㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$ ㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$
 ㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$ ㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

- ㉠ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.
 ㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

13. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{24} < 5$ ② $\sqrt{17} > 4$
 ③ $4 < \sqrt{20}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{6} < \frac{\sqrt{3}}{6}$
 ⑤ $\sqrt{0.7} < 0.7$

해설

$\sqrt{0.7} > \sqrt{0.49}$ 이므로 $\sqrt{0.7} > 0.7$ 이다.

14. $2 < \sqrt{4n} < 5$ 를 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5개

해설

$$2 < \sqrt{4n} < 5 \text{ 에서 각 변을 제곱하면}$$

$$4 < 4n < 25, 1 < n < \frac{25}{4}$$

$$n = 2, 3, 4, 5, 6$$

15. $-3 < x < 3$ 일 때, $2\sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{4(x+3)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 3, 중하]

- ① $-4x$ ② $-2x - 6$ ③ 0
 ④ $6x$ ⑤ $6x + 6$

해설

$$-6 < x - 3 < 0, 0 < x + 3 < 6 \text{ 이므로}$$

$$(주어진 식) = -2(x - 3) - 2(x + 3)$$

$$= -2x + 6 - 2x - 6$$

$$= -4x$$

16. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 3, 중하]

- ① $-4a - 3$ ② $-4a + 3$ ③ $-2a + 3$
 ④ $2a - 3$ ⑤ $2a + 3$

해설

$$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a + 3$$

17. 4 의 제곱근을 a , 25 의 제곱근을 b 라고 할 때 a^2b^2 의 값은 무엇인가? [배점 3, 중하]

- ① -10 ② 10 ③ 50
 ④ -100 ⑤ 100

해설

$$a^2 = 4, b^2 = 25$$

$$a^2b^2 = 4 \times 25 = 100$$

18. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면, $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \dots + N(10)$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -10 ② 14 ③ 16
 ④ 19 ⑤ 25

해설

$$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3 \text{ 이므로}$$

$$N(1) = N(2) = N(3) = 1$$

$$N(4) = N(5) = \dots = N(8) = 2$$

$$N(9) = N(10) = 3$$

$$\therefore 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$$

19. $x < 0$ 일 때, $\sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)}$ 을 간단히 하면?
[배점 4, 중중]

- ① $-5x$ ② x ③ $5x$
④ $11x$ ⑤ $13x$

해설

$$\begin{aligned} x < 0 \text{ 일 때, } -3x > 0, 5x < 0, 3x < 0 \text{ 이므로} \\ \sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)} \\ = -3x - (-5x) - (-3x) \\ = -3x + 5x + 3x = 5x \end{aligned}$$

20. $a > 0, b < 0$ 일 때, $(\sqrt{a})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면?
[배점 4, 중중]

- ① $-a - b$ ② $-a - 2b$ ③ a
④ $-a$ ⑤ $-a + 2b$

해설

$$\begin{aligned} (\sqrt{a})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{b^2} \\ = a + (-b) - (2a) - (-b) \quad (b < 0, -b > 0) \\ = a - b - 2a + b = -a \end{aligned}$$

21. $A = (-\sqrt{9})^2 - (-\sqrt{5})^2 - \sqrt{(-2)^2}$, $B = \sqrt{8^2} \div (-\sqrt{2})^2 + \sqrt{(-5)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB 의 값을 구 하면?
[배점 4, 중중]

- ① -60 ② -48 ③ 10
④ 48 ⑤ 60

해설

$$\begin{aligned} A &= 9 - 5 - 2 = 2 \\ B &= (8 \div 2) + \left(5 \times \frac{1}{5}\right) = 4 + 1 = 5 \\ AB &= 2 \times 5 = 10 \end{aligned}$$

22. $\sqrt{5^2} = a$, $\sqrt{(-5)^2} = b$, $-\sqrt{(-5)^2} = c$ 라 할 때, $a^2 + 2b - c$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{5^2} = 5, \sqrt{(-5)^2} = 5, -\sqrt{(-5)^2} = -5 \\ \text{따라서, } a^2 + 2b - c = 25 + 10 + 5 = 40 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

23. 다음 보기의 수들을 큰 수부터 차례대로 나열했을 때, 첫째와 셋째에 놓이는 수는?

보기

$2\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \sqrt{2^3}, -\sqrt{5}, 3\sqrt{3}$

[배점 4, 중중]

- ① $2\sqrt{5}, \sqrt{2^3}$ ② $2\sqrt{5}, -\sqrt{2}$
 ③ $2\sqrt{5}, -\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{3}, 2\sqrt{5}$
 ⑤ $3\sqrt{3}, \sqrt{2^3}$

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2^3} = \sqrt{8}$, $-\sqrt{5}$, $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$ 이고, 큰 수부터 차례대로 나열하면 다음과 같다.
 $3\sqrt{3}, 2\sqrt{5}, \sqrt{2^3}, -\sqrt{2}, -\sqrt{5}$
 따라서 첫째와 셋째에 놓이는 수는 각각 $3\sqrt{3}, \sqrt{2^3}$ 이다.

24. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가? [배점 5, 중상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
 ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.
 (두 원의 넓이의 합) = $\pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$
 $r^2 = 4$
 $\therefore r = 2\text{cm} (\because r > 0)$

25. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

[배점 5, 중상]

- ① a ② a^3 ③ $\sqrt{a}$
 ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{1}{8}$
 ③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$
 ④ 8
 ⑤ $\sqrt{2}$