

확인학습문제

1. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 써라.

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ 2 \times 3 \times 3 \times 7 \end{array}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 6

▶ 정답: 1260

해설

최대공약수 : $2 \times 3 = 6$

최소공배수 : $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1260$

2. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 2, 하중]

① (14, 22) ② (21, 49) ③ (27, 72)

④ (15, 58) ⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

① (14, 22) $\Rightarrow 2$

② (21, 49) $\Rightarrow 7$

③ (27, 72) $\Rightarrow 9$

④ (15, 58) $\Rightarrow 1$

⑤ (2, 20) $\Rightarrow 2$

3. 두 수 $2^3 \times 5^a \times 7$, $2^4 \times 5^5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$ 이므로 $a = 3$,
최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 이므로 $b = 3$
따라서 $a + b = 6$ 이다.

4. 자연수 n 의 약수의 집합을 $A_{(n)}$ 이라고 하자. 즉, 30 의 약수의 집합은 $A_{(30)}$, 75 의 약수의 집합은 $A_{(75)}$ 이다. $A_{(30)} \cap A_{(75)} = A_{(x)}$ 라 할 때, x 의 값은?

[배점 3, 하상]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

30 의 약수의 집합과 75 의 약수의 집합의 교집합
은 30 과 75 의 최대공약수의 약수의 집합과 같다.
따라서 구하고자 하는 x 는 30 과 75 의 최대공약
수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30 과 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

5. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 32 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 찾아라.

24, 32, 48, 56, 64, 78, 96

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 32

▷ 정답: 64

▷ 정답: 96

해설

두 수의 최소공배수인 32 의 배수들이 두 수의 공배수이므로, <보기>에서의 공배수는 32, 64, 96 이다.

6. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$

7. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

① 8, 11

② 15, 16

③ 19, 27

④ 13, 52

⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

8. 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 5 의 배수도 아니고 7 의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 68 개

해설

1 부터 100 까지의 자연수 중에서 5 의 배수를 A_5 ,
7 의 배수를 A_7 라 할 때,

$$100 = 5 \times 20, 100 = 7 \times 14 + 2$$

$$n(A_5) = 20, n(A_7) = 14, n(A_5 \cap A_7) = n(A_{35}) = 2,$$

5 의 배수이거나 7 의 배수인 수의 갯수

$$n(A_5 \cup A_7) = n(A_5) + n(A_7) - n(A_{35}) = 20 + 14 - 2 = 32(\text{개}),$$

5 의 배수도 아니고 7 의 배수도 아닌 수의 갯수는

$$n((A \cup B)^c) = 100 - 32 = 68(\text{개})$$

9. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스

$$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

키위 1박스

$$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$$

오렌지 1박스

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$$

바나나 1박스

$$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$$

오렌지 1박스

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 :

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$$

→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원

$$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2 \text{의 최소공배수} : 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$$

→ 키위 1 박스의 가격 18900 원

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3 \text{의 최소공배수} : 2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$$

→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원

$$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7 \text{의 최소공배수} : 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$$

→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

10. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$\therefore 12 = 2^2 \times 3, \therefore 36 = 2^2 \times 3^2, \therefore 40 = 2^3 \times 5$
따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

11. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ 7, 11

㉡ 8, 15

㉢ 9, 21

㉣ 15, 22

㉤ 12, 60

㉥ 11, 121

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3개

해설

㉢ 9, 21의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.

㉤ 12, 60의 최대공약수는 12 이므로 서로소가 아니다.

㉥ 11, 121의 최대공약수는 11 이므로 서로소가 아니다.

따라서 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 ㉠, ㉡, ㉣의 3 개이다.

12. 자연수 A 와 36 의 최대공약수가 4 이고 최소공배수는 144 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) A \quad 36} \\ a \quad 9 \end{array}$$

A 와 36 의 최소공배수가 144 이므로

$$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$$

$$a = 144 \div 36 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 36 = 4 \times 144$$

$$\therefore A = 4 \times 144 \div 36 = 16$$

13. 100 이하의 자연수 중 5의 배수의 집합을 A , 7의 배수의 집합을 B 라 할 때 5의 배수이거나 7의 배수인 집합의 원소의 갯수는? [배점 4, 중중]

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개
④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

$$n(A) = 20, n(B) = 14, n(A \cap B) = 2$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 14 - 2 = 32$$

14. 세 수 42, 24, 63 의 최소공배수는?

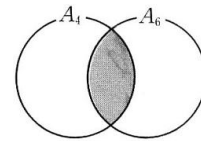
[배점 4, 중중]

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 7$
③ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ④ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$
⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

$42 = 2 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3$, $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

15. 자연수 n 의 배수의 집합을 A_n 으로 표현할 때, 4의 배수의 집합은 A_4 , 6의 배수의 집합은 A_6 이다. 아래 벤 다이어그램의 색칠한 부분은?



[배점 4, 중중]

- ① A_2 ② A_4 ③ A_6
④ A_{12} ⑤ A_{24}

해설

$A_4 \cap A_6$ 은 4 와 6 의 공배수이다. 따라서 4 와 6 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 = 12$ 이다.