

확인학습문제

1. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은? [배점 2, 하중]

- ① 200 ② 250 ③ 300
④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
(두 수의 곱) = 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

2. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 2×3^2 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 $2 \times 3^2 = 18$ 의 약수와 같으므로
(a, b 의 공약수의 개수)
= (18의 약수의 개수)
= (2×3^2 의 약수의 개수)
= $(1+1) \times (2+1)$
= 6(개)

3. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 개구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 최대공약수

▶ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, (= 최대공약수) 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 (= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개) 이다.

4. 두 자연수의 최대공약수는 20 이다. 이 두 수의 공약수를 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 20 의 약수이므로 1, 2, 4, 5, 10, 20 이다.
따라서 주어진 수 중에서 두 자연수의 공약수를 모두 고르면 5, 10 이다.

5. 두 수 $2^3 \times 5^a \times 7$, $2^4 \times 5^5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$ 이므로 $a = 3$,
최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 이므로 $b = 3$
따라서 $a + b = 6$ 이다.

6. $A = \{x | x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 18 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 $A \cap B = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$
 $n(A \cap B) = 6$

7. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 집합을 A 라고 할 때, $n(A)$ 는? [배점 3, 하상]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 공약수는 최대공약수의 약수이므로,
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 $\therefore n(A) = 9$

8. 다음 중 8 과 서로소가 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

6 과 8 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.

9. 다음 중 2 와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

[배점 3, 하상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

2 와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4 개이다.

10. 세 수 16, 6, 2×3^2 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?
 [배점 3, 하상]

- ① 308 ② 302 ③ 295
 ④ 291 ⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세 수의 공배수는 144 의 배수가 된다.
 따라서 144, 288, 432, ... 중 300 에 가장 가까운 수를 찾는다.

11. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 120

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
 $720 = 6 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 120 이다.

12. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

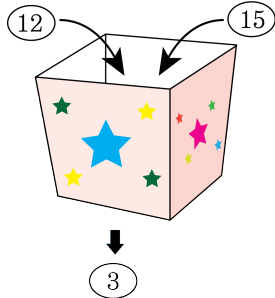
- ① 12, 10, 4 의 최소공배수는 60 이다.
 ② 4, 5, 10 의 최소공배수는 20 이다.
 ③ 2, 3, 6 의 최소공배수는 6 이다.
 ④ 12, 24, 6 의 최소공배수는 24 이다.
 ⑤ 14, 6, 8 의 최소공배수는 100 이다.

해설

$$\begin{array}{r} 2) \ 14 \quad 6 \quad 8 \\ \quad 7 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 7 \times 3 \times 4 = 168$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하여라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



갑 : 4, 12 을 : 15, 40 병 : 16, 40

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 갑

해설

$$\begin{array}{r}
 \text{갑)} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \end{array} \\
 \qquad \qquad \qquad 3 \quad \therefore \text{최대공약수} : 2^2 \\
 \\
 \text{을)} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \end{array} \\
 \qquad \qquad \qquad 5 \quad \therefore \text{최대공약수} : 5 \\
 \\
 \text{병)} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \end{array} \\
 \qquad \qquad \qquad 2 \quad \therefore \text{최대공약수} : 2^3
 \end{array}$$

따라서 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 갑이다.

14. 자연수 A 와 27 의 최대공약수는 9 이고, 최소공배수는 108 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

$$\begin{array}{r}
 9 \overline{) A} \quad \frac{27}{3} \\
 a
 \end{array}$$

A 와 27 의 최소공배수가 108 이므로

$$9 \times a \times 3 = a \times 27 = 108$$

$$a = 108 \div 27 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 9 = 36$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 27 = 9 \times 108$$

$$\therefore A = 9 \times 108 \div 27 = 36$$

15. 다음 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 a, b 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

$$2^5 \times 3, \quad 2^3 \times 3 \times 5, \quad 2^4 \times 3^2 \times 7$$

[배점 3, 중하]

- ① 400 ② 410 ③ 420
④ 430 ⑤ 440

해설

$$\begin{array}{r}
 2^5 \times 3 \\
 2^3 \times 3 \times 5 \\
 2^4 \times 3^2 \times 7 \\
 \hline
 \text{최대공약수} : 2^3 \times 3 = a \\
 \text{최소공배수} : 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 = b \\
 \therefore \frac{b}{a} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420
 \end{array}$$

16. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$$8 \times a, 12 \times a$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3 \times a = 96 \\ \text{최대공약수 : } 2^2 \times a \\ a = 96 \div 8 \div 3 = 4 \\ \text{따라서 최대공약수는 } 2^2 \times a = 16 \text{ 이다.} \end{array}$$

17. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 를 조건제시법으로 옳게 표현한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

$$\begin{array}{l} 2^2 \times 3 \text{ 과 } 2^2 \times 5 \text{ 의 최소공배수는 } 2^2 \times 3 \times 5 = 60 \text{ 이다.} \\ A \cap B \\ = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{ 과 } 2^2 \times 5 \text{의 공배수}\} \\ = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{ 과 } 2^2 \times 5 \text{의 최소공배수의 배수}\} \\ = \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\} \end{array}$$

18. $10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
 따라서 $x = 6$ 이다.

19. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 47 개

해설

1부터 100까지의 자연수의 집합을 U ,
 3의 배수의 집합을 A , 5의 배수의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 100$, $n(A) = 33$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 6$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 20 - 6 = 47$

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 47 명

해설

1부터 100까지의 자연수의 집합을 U ,
3의 배수의 집합을 A , 5의 배수의 집합을 B 라
하면
 $n(U) = 100$, $n(A) = 33$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 6$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 20 - 6 = 47$

21. 세 수 35, 77, 110 의 최소공배수를 구하시오.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 770

해설

$35 = 5 \times 7$
 $77 = 7 \times 11$
 $110 = 2 \times 5 \times 11$
 $770 = 2 \times 5 \times 7 \times 11$
 $\therefore 770$

22. 다음 중 두 수 28, 42 의 공약수가 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 14

해설

$28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수는
 $2 \times 7 = 14$ 이므로
14 의 약수가 아닌 것은 ③ 4

23. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

[배점 4, 중중]

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60의 배수이
므로, 400 이하의 60 의 배수는
60, 120, 180, 240, 300, 360으로 총 6개이다.

24. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 가장 작은 소수는 2 이다.
- ② 100 과 243 는 서로소이다.
- ③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.
- ④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.
- ⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례: 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

25. 1 에서 100 까지의 자연수의 집합에 대하여 n 의 배수의 집합을 A_n 으로 나타낼 때, $n(A_2 \cap A_5)^c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 90

해설

$A_2 \cap A_5$ 는 2 와 5 의 공배수와 같다.
2 와 5 의 최소공배수가 10 이므로 100 이하의 공배수를 구하면
 $A_2 \cap A_5 = \{10, 20, 30, \dots, 100\} \Rightarrow$ 모두 10 개
따라서 $n(A_2 \cap A_5)^c = 100 - 10 = 90$ 이다.