확인학습문제

1. 다음은 소인수분해에 관하여 학생들이 나눈 대화의 일부분이다. 안에 신지가 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

신지 : 10 은 2×5 로 소인수분해 할 수 있어.
 예원 : 맞아, 비슷한 방식으로 44 은 4×11 로 소인수분해 할 수 있어.
 하림 : 어, 그런데 예원이 네 말은 좀 이상해. 4 는 소수가 아니잖아.
 예원 : 아, 4 는 2 로 또 나누어 떨어지는구나.
 신지 : 아하, 그럼 44 의 소인수분해는 구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2^2 \times 11$

해설

$$44 = 4 \times 11 = 2 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 11$$

2. 108 을 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 4×27 ② $2^2 \times 3^3$
 ③ $2^2 \times 3^2$ ④ $2^2 \times 3 \times 5$
 ⑤ $2^3 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2) 108 \\ 2) 54 \\ 3) 27 \\ 3) 9 \\ 3 \end{array}$$

3. 다음 중 910 의 소인수를 모두 고른 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 11 ⑤ 13

해설

$$910 = 2 \times 5 \times 7 \times 13$$

따라서 소인수의 집합은 $\{2, 5, 7, 13\}$

4. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1 + 1) \times (2 + 1) \times (a + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

5. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

6. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 3 \times 7$ ② $3 \times 5 \times 7 \times 9$
 ③ $5 \times 7 \times 11$ ④ 13^2
 ⑤ 2^{10}

해설

- ① 12 개
 ② 16 개
 ③ 8 개
 ④ 3 개
 ⑤ 11 개

7. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 3 은 소수이다.
 ② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
 ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
 ④ 2 의 배수 중 소수는 1 개이다.
 ⑤ 소수는 약수가 2 개이다.

해설

가장 작은 소수는 2이다.

8. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 115

해설

$2^1 = 2$
 $2^2 = 2 \times 2 = 4$
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
 $\vdots$
 $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
 이므로 $a = 6$ 이다.
 $3^1 = 3$
 $3^2 = 3 \times 3 = 9$
 $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
 $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
 이므로 $b = 4$ 이다.
 $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ 이므로 $c = 125$ 이다.
 따라서 $c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115$ 이다.

9. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?
[배점 3, 중하]

- ① 5×2^3 ② 80
 ③ $2^3 \times 3 \times 5$ ④ 125
 ⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.
 ④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.
 ⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

10. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $19^3 \times 31$ ② 2×5^4
 ③ $3^2 \times 7 \times 11$ ④ $3^2 \times 11^2 \times 13$
 ⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
 ② $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ④ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)
 ⑤ $9 + 1 = 10$ (개)

11. 다음은 희철이가 인진이에게 보낸 핸드폰 문자이다.
암호 숫자를 구하여라.

To. 인진
 인진아, 아래 숫자판에서 소수가 적힌 칸을
 모두 색칠하면 암호 숫자가 나타난대, 한번 구해볼래?

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

문자 메시지에 있는 숫자판에 있는 수 중 소수는
 2, 3, 5, 7, 11, 19, 29, 31, 43 이다. 16, 20, 24, 49, 98
 은 합성수이고, 1 은 소수도 합성수도 아니다. 소
 수가 적힌 칸을 색칠하면 다음과 같다.

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

12. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

[배점 3, 중하]

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$
 $\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$

13. $a \times 3^4$ 은 약수의 개수가 15개인 수 중 가장 작은 홀수라고 한다. 이때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$3^4 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

14. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 8 ③ 9 ④ 25 ⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

∴ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

15. $2^7 = a$, $13^b = 169$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 120 ② 122 ③ 124

- ④ 126 ⑤ 128

해설

$2^7 = 128$, $13^2 = 169$ 이므로 $a = 128$, $b = 2$ 이다.

따라서 $a - b = 126$ 이다.