

확인학습문제

1. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

[배점 2, 하중]

- ① 3^{11} ② $2^3 \times 3^2$
 ③ $3^3 \times 7^2$ ④ $3^2 \times 5 \times 7$
 ⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $11 + 1 = 12$ (개)
 ② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)
 ③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)
 ④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

2. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

- ▶ **답:**
 ▶ **답:**
 ▷ **정답:** $a = 3$
 ▷ **정답:** $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
 이므로 $a = 3$ 이다.
 $6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

3. 다음 설명 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 2, 하중]

- ① 합성수는 약수의 개수가 3 개이다.
 ② 짝수인 소수가 있다.
 ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
 ④ 2 의 배수는 모두 합성수이다.
 ⑤ 소수는 모두 홀수이다.

해설

- ① 합성수의 약수의 개수는 3 개 이상이다.
 ④ 2 의 배수 중에 2 는 소수이다.
 ⑤ 짝수인 2 도 소수이다.

4. 다음 중 100 의 약수는?

[배점 2, 하중]

- ① 30 ② $5^2 \times 7^2$
 ③ 80 ④ $2^2 \times 5^2$
 ⑤ $2^3 \times 5 \times 7$

해설

소인수분해하면 $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. 이때 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 이고, 5^2 의 약수는 1, 5, 5^2 이다. 다음 표와 같이 2^2 의 약수와 5^2 의 약수를 각각 곱하면 100 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 이다.

×	1	2	2^2
1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 2 = 2$	$1 \times 2^2 = 4$
5	$5 \times 1 = 5$	$5 \times 2 = 10$	$5 \times 2^2 = 20$
5^2	$5^2 \times 1 = 25$	$5^2 \times 2 = 50$	$5^2 \times 2^2 = 100$

5. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ② $2 \times 3 \times 5^2$
 ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$ ④ $2 \times 3^2 \times 5^2$
 ⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$,
두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

6. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연
수는?
[배점 3, 하상]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱
한 값이므로
약수의 개수가 5 인 경우는
지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
소인수가 가장 작아야하므로
소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는
 $2^4 = 16$ 이다.

7. 다음을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a, 7^b = 49$$

[배점 3, 하상]

- ① $a = 25, b = 1$ ② $a = 25, b = 2$
 ③ $a = 125, b = 1$ ④ $a = 125, b = 2$
 ⑤ $a = 125, b = 3$

해설

$5^3 = 125, 7^2 = 49$ 이므로 $a = 125, b = 2$ 이다.

8. 다음 중에서 60 의 소인수 전체의 집합은?

[배점 3, 하상]

- ① {2, 3} ② {2, 3, 5}
 ③ {2³, 3, 5} ④ {1, 2, 3, 5}
 ⑤ {2, 1, 1}

해설

$$\begin{array}{r} 2) 60 \\ 2) 30 \\ 3) 15 \\ 5 \end{array}$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

따라서 60 의 소인수의 집합은 {2, 3, 5} 이다.

9. 다음 중 약수가 2 개뿐인 수는? [배점 3, 하상]

- ① 9 ② 24 ③ 37 ④ 42 ⑤ 49

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 37 이다.

10. 약수가 12 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

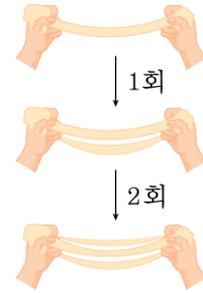
▶ 정답 : 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

11. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘여 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?



[배점 3, 중하]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회

- ④ 7 회 ⑤ 8 회

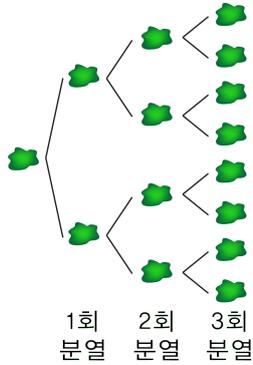
해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 $(2 \times 2 \times 2)$ 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수 (가닥)	국수의 가닥 수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
⋮	⋮	⋮

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

12. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



[배점 3, 중하]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다. 아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다. 이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리수가 50 마리 이상이 된다.

13. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$
② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$
③ $a + a + a + a = a^4$
④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$
⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

14. 다음 중 180 의 약수는?

[배점 3, 중하]

- ① $2^3 \times 5$ ② $3^2 \times 7$
③ $2^2 \times 3 \times 5$ ④ $3^3 \times 5 \times 7$
⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

15. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $19^3 \times 31$ ② 2×5^4
 ③ $3^2 \times 7 \times 11$ ④ $3^2 \times 11^2 \times 13$
 ⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
 ② $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ④ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)
 ⑤ $9 + 1 = 10$ (개)

16. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x \text{는 소수}\}$, $B = \{x|x \text{는 합성수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $1 \in A$ ② $29 \in A^C$
 ③ $\{37, 43\} \subset A$ ④ $A \cap B = \emptyset$
 ⑤ $A \cup B = U$

해설

- ① 1 은 소수가 아니므로 $1 \notin A$
 ② 29 는 소수이므로 $29 \in A$
 ⑤ $A \cup B \neq U$, $U - (A \cup B) = \{1\}$

17. 소인수분해를 이용하여 72 의 약수를 구하기 위해 만든 것이다. 빈 칸에 알맞은 수를 모두 구해 그 합을 구하여라.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	
3	3		12	24
3^2		18	36	72

[배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: 23

해설

×	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

$8 + 6 + 9 = 23$

18. 264 의 소인수의 집합은? [배점 4, 중중]

- ① $\{2, 3, 11\}$ ② $\{1, 2, 3, 11\}$
 ③ $\{2^2, 11\}$ ④ $\{2^3, 3, 11\}$
 ⑤ $\{2, 3, 5, 11\}$

해설

$264 = 2^3 \times 3 \times 11$

19. 960으로 나누면 나누어 떨어지고, 1 과 자기 자신을 포함한 양의 약수의 개수가 105 개인 최소의 자연수 n 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 123500 ② $2^7 \times 3^2 \times 5^2$
 ③ 128000 ④ $2^6 \times 3^3 \times 5$
 ⑤ 129600

해설

$N = a^m b^n c^l \dots$ 에서 양의 약수의 개수는 $(m+1)(n+1)(l+1)\dots$ 이고, 약수의 개수가 $105 = 3 \times 5 \times 7$ (개)이므로 m, n, l 의 값은 차례로 2, 4, 6 이다. 최소의 자연수를 구해야 하므로, a, b, c 의 값을 작은 소수부터 차례로 대입하고, 지수는 큰 수부터 차례로 대입하면 $N = 2^6 \times 3^4 \times 5^2$ 이고, 이 수는 $960 = 2^6 \times 3 \times 5$ 의 배수이므로 129600 이 답이 된다.

20. 20 의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 1

해설

$20 = 2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는
 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개) 이다.
 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는
 $(2+1) \times (a+1) = 6$ (개) 가 되어야 한다.
 $\therefore a = 1$

21. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y-x$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
 따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

22. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $2^3 \times 6 \times 7$ ② $2^2 \times 3 \times 7^2$
 ③ $2^4 \times 3 \times 7$ ④ $2^2 \times 3^3 \times 7$
 ⑤ $4^2 \times 3 \times 7$

해설

2) 336
 2) 168
 2) 84
 2) 42
 3) 21
 7
 $336 = 2^4 \times 3 \times 7$

23. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해서 곱해야 하는 $x = 3 \times k^2$ 이다.

$$\text{따라서 } x = 3 \times 1^2 = 3,$$

$$x = 3 \times 2^2 = 12$$

25. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10 \text{ 또는 } (9+1) = 10$$

이 될 수 있다. 즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로 소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

24. 3^{90} 의 일의 자리의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

3 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

3의 거듭제곱수	일의 자리 수
$3^1 (=3)$	3
$3^2 (=3 \times 3=9)$	9
$3^3 (=3 \times 3 \times 3=27)$	7
$3^4 (=3 \times 3 \times 3 \times 3=81)$	1
$3^5 (=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=243)$	3
$3^6 (=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=729)$	9
⋮	⋮

90 은 4 로 나누었을 때 나머지가 2 이므로 3^{90} 의 일의 자리의 수는 9 이다.