

# 확인학습문제

1. 전체집합  $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 부분집합,  
 $A = \{x|x \text{는 약수의 개수가 } 3 \text{개 이상인 자연수}\}$  일 때,  $n(A^c)$  을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

### 해설

$A^c$  는 10 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개 미만인 자연수의 집합이므로, 1 과 10 이하의 소수들의 모임과 같다.

$$A^c = \{1, 2, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore n(A^c) = 5$$

2. 다음은 나예빠가 넌멋저에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서  $2^4 \times 3^3$  의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빠와 넌멋저가 만나는 시간이 나타난다. 나예빠와 넌멋저가 몇 시에 만나는지 구하여라.

$2 \times 3$	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	$2 \times 3^3$	1
$3^2 \times 11$	100	$2 \times 3^2$
8	$3^3$	$2^3 \times 3$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 3시

### 해설

$2^4$  의 약수는 1, 2,  $2^2$ ,  $2^3$ ,  $2^4$  이고  $3^3$  의 약수는 1, 3,  $3^2$ ,  $3^3$  이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면  $12 = 2^2 \times 3$ ,  $8 = 2^3$ ,  $100 = 2^2 \times 5^2$  이다.  $2^4 \times 3^3$  의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$2 \times 3$	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	$2 \times 3^3$	1
$3^2 \times 11$	100	$2 \times 3^2$
8	$3^3$	$2^3 \times 3$

따라서 나예빠와 넌멋저가 만나는 시간은 3시이다.

3. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 3, 하상]

- ① 5개      ② 6개      ③ 7개  
 ④ 8개      ⑤ 9개

**해설**

자연수  $n$  의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과  $n$  이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수  $n$  은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면  $13^2 = 169 < 200$  이고  $17^2 = 289 > 200$  이므로 200 이하인 소수의 완전제곱수는  $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$  이다.

4.  $2^3 \times 3^2 \times 5$  에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

[배점 3, 하상]

- ① 3      ② 5      ③  $3 \times 5$   
 ④  $5^2$       ⑤ 10

**해설**

$2^3 \times 3^2 \times 5$   
 곱해야할 가장 작은 자연수는  
 $2 \times 5 = 10$

5. 자연수 140 을 소인수분해했더니  $2^a \times b \times c$  이고 약수의 개수는  $d$  개이다.  $d - b - c + a$  의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

**해설**

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$  이므로  
 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)  
 $a = 2, b = 5, c = 7, d = 12$   
 $\therefore d - b - c + a = 2$

6. 12 에 가능한 한 작은 자연수  $a$  를 곱하여 어떤 자연수  $b$  의 제곱이 되도록 할 때,  $a, b$  의 값을 각각 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 3$

▷ 정답:  $b = 6$

**해설**

$12 \times a = b^2$  에서  
 $12 = 2^2 \times 3$   
 $a = 3$   
 $2^2 \times 3 \times 3 = b^2$   
 $2^2 \times 3^2 = b^2$   
 $b = 2 \times 3 = 6$

7. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 2 는 소수이다.
- ② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
- ③ 1 은 소수가 아니다.
- ④ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ⑤ 소수는 약수가 1 개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2 개이다.

8. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은? [배점 3, 하상]

- ①  $2^{11}$
- ②  $3^5 \times 7$
- ③ 84
- ④ 132
- ⑤ 180

해설

- ①  $11 + 1 = 12$  (개)
- ②  $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)
- ③  $84 = 2^2 \times 3 \times 7$  이므로  
 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)
- ④  $132 = 2^2 \times 3 \times 11$  이므로  
 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)
- ⑤  $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$  이므로  
 $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$  (개)

9.  $3^2 \times 5 \times 7$  에 자연수  $a$  를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다.  $a$  의 최솟값은? [배점 3, 하상]

- ① 5
- ② 7
- ③ 15
- ④ 21
- ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면  $3^2 \times 5 \times 7 \times a$  를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수  $a$  의 최솟값은  $5 \times 7 = 35$  이다.

10.  $10^a = 1000$ ,  $\frac{1}{10^b} = 0.01$  을 만족하는 두 자연수  $a, b$  에 대하여  $a + b$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$10^1 = 10$   
 $10^2 = 10 \times 10 = 100$   
 $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$   
 이므로  $a = 3$  이다.  
 $\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$   
 $\frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$   
 이므로  $b = 2$  이다.  
 $\therefore a + b = 3 + 2 = 5$  이다.

11.  $2^a = 64$ ,  $3^b = 81$ ,  $5^3 = c$  를 만족하는 세 자연수  $a$ ,  $b$ ,  $c$  에 대하여  $c - a - b$  의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

⋮

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로  $a = 6$  이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로  $b = 4$  이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

12.  $3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수  $a$  의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

해설

$$3^2 \times 7^a \text{ 의 약수의 개수는 } (2 + 1) \times (a + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\text{즉, } 3 \times (a + 1) = 12 \text{ 이므로 } a = 3 \text{ 이다.}$$

13.  $2^3 \times \square$  의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중  $\square$  안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① 3    ② 4    ③ 7    ④ 9    ⑤ 16

해설

$$\textcircled{2} \quad 2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5 \text{ 이므로 약수의 개수는 } 5 + 1 = 6 \text{ (개) 이다.}$$

$$\textcircled{4} \quad 2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2 \text{ 이므로 약수의 개수는 } (3 + 1) \times (2 + 1) = 12 \text{ (개) 이다.}$$

14. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 29

▷ 정답: 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

15. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

16. 600 을 자연수  $x$  로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$  이므로  $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한  $x$  의 값 중에서 가장 작은 자연수는  $2 \times 3 = 6$  이다.

17.  $\frac{252}{A} = B^2$  을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은? [배점 3, 중하]

- ① 2    ② 3    ③ 6    ④ 8    ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)252} \\ 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$  이므로  $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$  을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 A = 7 일 때  $2 \times 3 = 6$  이다.

18.  $2^2 \times 3 \times 7$  의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ①  $2 \times 3$     ②  $2^2 \times 7$     ③  $3^2$   
④  $3 \times 7$     ⑤  $2 \times 3 \times 7$

해설

$(2^2 \times 3 \times 7)$  의 약수는  $(2^2 \text{의 약수}) \times (3 \text{의 약수}) \times (7 \text{의 약수})$  이다.

19. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 180 \text{의 소인수}\}$ , 집합  $B = \{x \mid x \text{는 } 220 \text{의 소인수}\}$  일 때,  $n(A \cap B)$  을 구하여라  
 [배점 4, 중중]

▶ 답:  
 ▷ 정답: 2

**해설**  
 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ ,  $220 = 2^2 \times 5 \times 11$  이므로  
 $A = \{2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 5, 11\}$  이다.  
 $\therefore n(A \cap B) = 2$

20. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?  
 [배점 4, 중중]

- ① 18    ② 30    ③ 45    ④ 60    ⑤ 72

**해설**  
 $7200 = 2^5 \times 3^2 \times 5^2$   
 $\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$

21.  $2^8 = a$ ,  $3^b = 729$  을 만족하는  $a, b$  의 값을 각각 구하면?  
 [배점 4, 중중]

- ①  $a = 128, b = 5$       ②  $a = 128, b = 6$   
 ③  $a = 256, b = 5$       ④  $a = 256, b = 6$   
 ⑤  $a = 256, b = 7$

**해설**  
 $2^8 = 256$ ,  $3^6 = 729$  이므로  $a = 256, b = 6$  이다.

22. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 630 \text{의 약수}\}$  일 때,  $n(A)$  의 값은?  
 [배점 4, 중중]

- ① 8    ② 12    ③ 16    ④ 24    ⑤ 30

**해설**  
 $630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$   
 약수의 개수는  $(1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$  (개)

23.  $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$  을 만족하는 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b - c$  의 값을 구하여라.  
 [배점 4, 중중]

▶ 답:  
 ▷ 정답: 4

**해설**  
 (준식)  $= x^2 \times y^3 \times z$  이므로  $a = 2, b = 3, c = 1$  이다.  
 따라서  $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$  이다.

24.  $315 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱이 될 때,  $a$  가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$  이므로  
 $a$  가 될 수 있는 수는  $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$  의 꼴이다.  
 따라서,  $a$  가 될 수 있는 가장 작은 자연수는  $5 \times 7 \times 1^2 = 35$  이고, 두 번째 작은 자연수는  
 $5 \times 7 \times 2^2 = 140$  이다.

25. 다음 수의 소인수의 합을 구하여라.

60

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$  이므로  
 소인수는 2, 3, 5 이다.  
 따라서 소인수의 합은  $2 + 3 + 5 = 10$  이다.

26.  $18 \times A \times 7^2$  의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은  $A$  의 값을  $a$ , 두 번째로 작은  $A$  의 값을  $b$  라고 할 때,  $b - a$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$   
 약수의 개수가 36 개이므로  
 $A$  가 될 수 있는 수는  $2^2, 3^3, 7^3$  이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.  
 따라서 가장 작은 값은  $2^2 = 4$ ,  
 두 번째로 작은 값은 5  
 $\therefore 5 - 4 = 1$

27. 서로 다른 한 자리 소수  $a, b, c$  에 대하여  $a^2 \times 3^2 \times 5^2$  으로 소인수분해되는 자연수  $N$  에 8을 곱하였더니 약수의 개수가 2배가 되었다. 이때,  $a$  의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

해설

$a$ 는 한 자리 소수 중 하나이므로 2 또는 7이다.  
 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$  의 약수의 개수는  $3 \times 3 \times 3 = 27$  이다.  
 $a = 2$  일 때  $2^3$ 을 곱하면 약수의 개수는  
 $6 \times 3 \times 3 = 54$  이므로  $a = 2$  이다.

28. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

소인수가 1개일 때,  $12 = 11 + 1$  이므로

$2^{11}, 3^{11}, \dots$

소인수가 2개일 때,  $12 = 4 \times 3 = 6 \times 2$

$2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$

$2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$

소인수가 3개일 때,  $12 = 3 \times 2 \times 2$

$2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$

따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.

$\therefore 84 - 60 = 24$

29.  $3^4 \times x$  는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중  $x$  의 값으로 알맞지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2    ② 3    ③ 5    ④ 7    ⑤  $3^5$

해설

약수의 개수는  $3^4 \times x$  에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$  또는  $(9+1) = 10$

이 될 수 있다. 즉  $x$  가 될 수 있는 수는 3과 서로 소이고 지수가 1인 수 또는  $3^5$  이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

30. 504 를 자연수  $a$  로 나눈 값이 자연수  $b$  의 제곱이 될 때,  $a + b$  의 최소값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$\frac{504}{a} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{a} = b^2$  이므로

$a = 2 \times 7, 2^3 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7, 504$  가 가능하다.

$a = 2 \times 7$  일 때,  $b^2 = 6^2 \quad \therefore b = 6$

$a = 2^3 \times 7$  일 때,  $b^2 = 3^2 \quad \therefore b = 3$

$a = 2 \times 3^2 \times 7$  일 때,  $b^2 = 2^2 \quad \therefore b = 2$

$a = 504$  일 때,  $b = 1$

$\therefore (a + b \text{의 최소값}) = 14 + 6 = 20$

31. 2160 를 소인수분해하면  $a^x \times b^y \times c^z$  이다.  $z < y < x$  일 때,  $a + b + c - (x + y + z)$  의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$  이므로  $a = 2, b = 3, c = 5,$   
 $x = 4, y = 3, z = 1$  이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

32.  $2^a \times 3^b \times 5^2$  에  $\frac{2}{3^2}$  을 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱수가 되었다고 한다. 가능한  $a, b$  중 가장 작은 자연수를  $a, b$  라고 할 때,  $a+b$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 7      ⑤ 8

**해설**

$2^a \times 3^b \times 5^2 \times \frac{2}{3^2} = 2^{(a+1)} \times 3^{(b-2)} \times 5^2$  에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 만드는 최소의 자연수  $a, b$  는  $a = 1, b = 2$  이다. 따라서  $a + b = 1 + 2 = 3$  이다.

33. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 2 개인 층에서만 쉽니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

[배점 5, 중상]

- ① 2 층      ② 3 층      ③ 5 층  
④ 7 층      ⑤ 9 층

**해설**

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

34.  $2^3 \times x \times 5$  의 약수의 개수가 16 개가 되기 위한 가장 작은  $x$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 3

**해설**

$2^3 \times x \times 5$  의 약수의 개수는  $(3+1) \times (x \text{의 지수} + 1) \times (1+1) = 16$  으로 계산된다. ( $x$ 의 지수) + 1 = 2 가 되어야 한다. 그러므로 3 이다.

35. 일곱 자리 수  $1706xy2$  가 8 의 배수도 되고 9 의 배수도 된다. 이 때,  $x+y$  의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 11

**해설**

어떤 수가 8 의 배수라면 마지막 두 자리가 8 의 배수이고, 어떤 수가 9 의 배수라면 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이다.

$y2$  가 8 의 배수가 되려면  $y$  는 3 이나 7 이어야 한다.

$1+7+0+6+x+y+2$  가 9 의 배수가 되려면  $x+y$  가 2, 11 이어야 한다.

→  $y$  는 3 이나 7 이므로  $x+y$  는 2 는 될 수 없다.

∴  $x+y = 11$