단원 형성 평가

1. $\frac{3}{4}xy \left(-\frac{5}{3}x + \frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right)$ 을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때, $|8a|$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① $\frac{15}{8}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ 11 ④ 15 ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{5}{3}x\right) + \frac{3}{4}xy \times \frac{1}{6}y + \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \\ & -\frac{5}{4}x^2y + \frac{1}{8}xy^2 - \frac{1}{4}xy \\ & \text{따라서 } a = \left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{11}{8} \text{ 이므로} \\ & |8a| = 11 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

2. $(4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} & (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy \\ & = (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{xy}{2} \\ & = (4xy - x^3y - 3xy^2) \times \frac{2}{xy} \\ & = 8 - 2x^2 - 6y \\ & x^2 \text{ 의 계수 } -2, y \text{ 의 계수 } -6, \text{ 상수항 } 8 \\ & \text{이들의 합을 구하면 } -2 - 6 + 8 = 0 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

3. $x = -2y + 6$ 일 때, $3x - 4y + 1$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은? [배점 4, 중중]

- ① $5x$ ② $6x$ ③ $5x - 3$
④ $5x - 9$ ⑤ $5x - 11$

해설

$$\begin{aligned} & x = -2y + 6 \text{ 을 } y \text{ 로 정리하면} \\ & y = \frac{-x + 6}{2} \\ & \text{이 식을 } 3x - 4y + 1 \text{ 에 대입하면} \\ & 3x - 4\left(\frac{-x + 6}{2}\right) + 1 \\ & = 3x + 2x - 12 + 1 \\ & = 5x - 11 \end{aligned}$$

4. 비례식 $(x + 2y) : (2x - y + 1) = 2 : 5$ 일 때, 이 식을 x 에 관해 풀면? [배점 4, 중중]

- ① $x = -12y + 2$ ② $y = \frac{-x + 2}{12}$
③ $x = -4y + 2$ ④ $y = \frac{-x - 2}{4}$
⑤ $x = -3y + 1$

해설

$$\begin{aligned} & 5(x + 2y) = 2(2x - y + 1) \\ & 5x + 10y = 4x - 2y + 2 \\ & 5x - 4x = -2y + 2 - 10y \\ & x = -12y + 2 \end{aligned}$$

5. $3(2x - y) = 6 + 4x - y$ 일 때, $2(x - 2y) + 6y - 3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은? [배점 4, 중중]

- ① $2x - 7$ ② $2x - 5$ ③ $4x - 7$
 ④ $4x - 9$ ⑤ $4x - 11$

해설

$6x - 3y = 6 + 4x - y$ 를 y 로 정리하면 $y = x - 3$ 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2y) + 6y - 3 &= 2x + 2y - 3 \\ &= 2x + 2(x - 3) - 3 \\ &= 2x + 2x - 6 - 3 \\ &= 4x - 9 \end{aligned}$$

6. $A = x(2x + 1)$, $B = (8x^3 + 2x^2 - 6x) \div (-2x)$, $C = (2x^4y^2)^3 \div (2x^5y^3)^2$ 이다. $A - [2B - \{A + (B + C)\}]$ 를 간단히 하였을 때 각 항의 계수와 상수항의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} A &= 2x^2 + x, B = -4x^2 - x + 3, C = 2x^2 \\ A - [2B - \{A + (B + C)\}] \\ &= 2A - B + C \\ &= 2(2x^2 + x) - (-4x^2 - x + 3) + 2x^2 \\ &= 4x^2 + 2x + 4x^2 + x - 3 + 2x^2 \\ &= 10x^2 + 3x - 3 \\ \therefore 10 + 3 + (-3) &= 10 \end{aligned}$$

7. $abc = 1$ 일 때, $\frac{a}{ab + a + 1} + \frac{b}{bc + b + 1} + \frac{c}{ca + c + 1}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} &\frac{a}{ab + a + 1} + \frac{b}{bc + b + 1} + \frac{c}{ca + c + 1} \\ &= \frac{a}{ab + a + 1} + \frac{b}{a(bc + b + 1)} + \frac{abc}{ab(ca + c + 1)} \\ &= \frac{a}{ab + a + 1} + \frac{abc}{abc + ab + a} + \frac{abc}{a^2bc + abc + ab} \\ &= \frac{a}{ab + a + 1} + \frac{ab}{1 + ab + a} + \frac{1}{a + 1 + ab} \\ &= \frac{a + ab + 1}{ab + a + 1} = 1 \end{aligned}$$

8. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = -a + 3b$, $B = 2a - 4b + c$ 일 때, $2(A + B) - (A + B)$ 를 a, b, c 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $a - b + c$ ② $10b - c$
 ③ $5a - 9b + 3c$ ④ $11a - 9b - c$
 ⑤ $9a - 11b + c$

해설

$$\begin{aligned} A &= -a + 3b, B = 2a - 4b + c \text{ 이므로} \\ 2(A + B) - (A + B) \\ &= 2A + 2B - A - B \\ &= A + B \\ &= (-a + 3b) + (2a - 4b + c) \\ &= a - b + c \end{aligned}$$

9. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{4}$

해설

$$x : y = 2 : 3$$

$$3x = 2y$$

$$\begin{aligned} \frac{3x^7y^8}{(-2x^2y^3)^3} &= \frac{3x^7y^8}{-8x^6y^9} = -\frac{3x}{8y} \\ &= -\frac{2y}{8y} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

10. $x : y = 3 : 4$ 일 때, $\frac{5x^2}{2x^2 + 3y^2} - \frac{y^2}{3x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{17}{22}$

해설

$$x : y = 3 : 4$$

$$3y = 4x$$

$$y = \frac{4}{3}x$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{5x^2}{2x^2 + 3 \times \frac{16}{9}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{3x^2 - \frac{16}{9}x^2} \\ &= \frac{5x^2}{\frac{22}{3}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{\frac{11}{9}x^2} \\ &= \frac{15}{22} - \frac{16}{11} \\ &= -\frac{17}{22} \end{aligned}$$

11. $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $xyz^2 + yz$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1 \text{ 에서}$$

$$y + \frac{1}{z} = 1, \frac{yz + 1}{z} = 1, yz + 1 = z$$

$$\text{따라서 } yz = z - 1$$

$$\text{마찬가지 방법으로 } xy = y - 1$$

따라서 주어진 식에 $xy = y - 1, yz = z - 1$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} xyz^2 + yz &= (y - 1)z^2 + yz \\ &= yz^2 - z^2 + yz \\ &= yz(z + 1) - z^2 \\ &= (z - 1)(z + 1) - z^2 \\ &= z^2 - 1 - z^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

12. $x : y : z = 6 : 4 : 9$ 일 때, $\frac{x(xy + yz) + y(yz + zx) + z(zx + xy)}{xyz}$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{79}{12}$

해설

$$x : y : z = 6 : 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$x = 6k, y = 4k, z = 9k \text{ 라 하면,}$$

$$\frac{x(xy + yz) + y(yz + zx) + z(zx + xy)}{xyz}$$

$$= \frac{x^2y + xyz + y^2z + xyz + xz^2 + xyz}{xyz}$$

$$= \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + 3$$

$$= \frac{6k}{9k} + \frac{4k}{6k} + \frac{9k}{4k} + 3 = \frac{79}{12}$$

13. $a : b = x : y$ 일 때, $\frac{\frac{a^3}{x^2} + \frac{b^3}{y^2}}{\frac{(a+b)^3}{(x+y)^2}}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = k \text{ 라 하면}$$

$$a = xk, b = yk$$

$$\frac{\frac{a^3}{x^2} + \frac{b^3}{y^2}}{\frac{(a+b)^3}{(x+y)^2}} = \frac{\frac{(xk)^3}{x^2} + \frac{(yk)^3}{y^2}}{\frac{(xk+yk)^3}{(x+y)^2}} = \frac{(x+y)k^3}{(x+y)k^3} = 1$$

14. 네 개의 수 a, b, c, d 에 대하여 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$ 로

정의한다. $A = x+1, B = -2x+3$ 이고, $\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$ 일 때, 상수 p, q 의 값을 각각 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = -1$

▷ 정답 : $q = 1$

해설

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$$

$$A^2 - B^2 = -qB^2 - pA^2$$

$$(1+p)A^2 = (1-q)B^2$$

$$A = x+1, B = -2x+3 \text{ 이므로}$$

$$(1+p)(x+1)^2 = (1-q)(-2x+3)^2 \text{ 이다.}$$

$$(1+p)x^2 + (2+2p)x + (p+1)$$

$$= (4-4q)x^2 + (-12+12q)x + (9-9q)$$

$$1+p = 4-4q \Rightarrow p = 3-4q \dots \textcircled{㉠}$$

$$2+2p = -12+12q \Rightarrow 2p-12q = -14$$

$$\Rightarrow p-6q = -7 \dots \textcircled{㉡}$$

$$p+1 = 9-9q \Rightarrow p+9q = 8 \dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢ 어떤 식에 대입해도 상관없으므로 ㉠

식을 ㉡식에 대입하면

$$3-4q-6q = -7, q = 1 \dots \textcircled{㉣}$$

㉣를 ㉠식에 대입하면

$$p = 3-4 \times 1 = -1 \text{ 따라서 } p = -1, q = 1$$

15. $P(n) = \frac{a^n}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^n}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^n}{(c-a)(c-b)}$ 일 때, $P(2)(P(1) - P(0))$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$P(n) = \frac{a^n}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^n}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^n}{(c-a)(c-b)}$$

$$= \frac{a^n(b-c) + b^n(c-a) + c^n(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

따라서

$$P(0) = \frac{(b-c) + (c-a) + (a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

$$P(1) = \frac{ab - ac + bc - ba + ca - cb}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

$$\therefore P(2)(P(1) - P(0)) = P(2) \times 0 = 0$$