

실력 확인 문제

1. 다음 □ 안에 알맞은 식을 써넣으면?

$$(-2x^2y)^3 \times \square = -4x^7y^6 \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

- ① $-\frac{1}{4}xy^3$ ② $-\frac{1}{2}x^2y^3$ ③ $\frac{1}{2}x^2y^3$
 ④ $\frac{1}{2}xy^3$ ⑤ $\frac{1}{4}x^2y^6$

해설

$$\begin{aligned} (-2x^2y)^3 \times \square &= -4x^7y^6 \\ \square &= -4x^7y^6 \div (-8x^6y^3) = \frac{1}{2}xy^3 \end{aligned}$$

2. 다음 식에서 □ 안에 알맞은 식을 모두 찾으려면?

$$\square \div (-6a^2b^2) \times (2ab^2)^3 = -12a^5b^6$$

[배점 2, 하중]

- ① $-3a^2b$ ② $(-3a^2b)^2$ ③ $9a^4b^2$
 ④ $-9a^4b^2$ ⑤ $6a^4b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square \div (-6a^2b^2) \times (2ab^2)^3 &= -12a^5b^6 \\ \square &= -12a^5b^6 \times (-6a^2b^2) \div (2ab^2)^3 \\ &= -12a^5b^6 \times (-6a^2b^2) \times \frac{1}{8a^3b^6} \\ &= 9a^4b^2 = (3a^2b)^2 = (-3a^2b)^2 \end{aligned}$$

3. $-xy^2 \times (-2x^2y)^3 \times 4x^4y^3 = Ax^By^C$ 일 때, $A - B + C$ 의 값은? [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 29

해설

$$\begin{aligned} -xy^2 \times (-8x^6y^3) \times 4x^4y^3 &= 32x^{11}y^8 \\ A = 32, B = 11, C = 8 \therefore A - B + C &= 29 \end{aligned}$$

4. 다음 □ 안에 들어갈 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$(xy^2)^\square \div (-xy^3) \times (\square x^2y) = (-7x^3y^\square)$$

[배점 2, 하중]

- ① 2, 4, 3 ② 3, 4, 3 ③ 2, 7, 2
 ④ 2, 5, 3 ⑤ 3, 4, 5

해설

$$(xy^2)^2 \div (-xy^3) \times (7x^2y) = (-7x^3y^2)$$

5. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $a \div (b \times c) = \frac{ab}{c}$ ② $a \times (b \div c) = \frac{a}{bc}$
 ③ $a \div b \times c = \frac{b}{ac}$ ④ $a \div (b \div c) = \frac{ac}{b}$
 ⑤ $a \div b \div c = \frac{ac}{b}$

해설

- ① $a \div (b \times c) = a \div bc = \frac{a}{bc}$
 ② $a \times (b \div c) = a \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$
 ③ $a \div b \times c = \frac{a}{b} \times c = \frac{ac}{b}$
 ④ $a \div (b \div c) = a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$
 ⑤ $a \div b \div c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$

6. $5^{x+3} = 5^x \times \square$ 에서 $\square$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① 25 ② 5 ③ 625
 ④ 125 ⑤ 75

해설

$$5^{x+3} = 5^x \times 5^3$$

7. $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$ 을 간단히 나타내면?

[배점 3, 하상]

- ① 5^{x+1} ② 5^{5x} ③ 25^x
 ④ 5^{x+2} ⑤ 5^{x+3}

해설

$$5 \times 5^x = 5^{x+1}$$

8. $(3ab)^2 \times \left(\frac{a^2}{b^2}\right)^4 \times \left(\frac{b^4}{a^3}\right)^2$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 하상]

- ① $3ab$ ② a^2 ③ a^4b^2
 ④ $9a^2b^2$ ⑤ $9a^4b^2$

해설

$$\begin{aligned} (3ab)^2 \times \left(\frac{a^2}{b^2}\right)^4 \times \left(\frac{b^4}{a^3}\right)^2 \\ = 9a^2b^2 \times \frac{a^8}{b^8} \times \frac{b^8}{a^6} = 9a^4b^2 \end{aligned}$$

9. 세 수의 곱이 모두 2^{24} 이 되도록 하는 서로 다른 2^x (단, x 는 자연수)의 형태의 수를 찾으려 한다. 학생들의 대화 중 틀린 말을 한 사람을 골라라.

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네.

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 으로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네.

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2 \times 3 \times 4} = 2^{24}$ 도 되겠구나.

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a + b + c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼.

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 동성

해설

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네. (○)

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네. (○)

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2+3+4} = 2^9$ (×)

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a + b + c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼. (○)

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나. (○)

10. 다음 식 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{12}$

㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5 z^3$

㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^6 b^4$

㉣ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^4 y^7 z^5$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{2+2+3} = a^7$

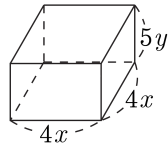
㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5 z^3$

㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^{3+2} b^{2+2} = a^5 b^4$

㉣ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^{1+3} y^{2+5} z^5 = x^4 y^7 z^5$

11. 다음 그림은 밑면이 정사각형인 직육면체이다. ㉠의 직육면체는 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $4x$ 이고, 높이가 $5y$ 이다. ㉠과 ㉡의 부피가 같고, ㉡의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $2x$ 라면 ㉡의 높이는 얼마인지 구하여라.

㉠



㉡



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $20y$

해설

직육면체의 부피는 (가로)×(세로)×(높이)이다.

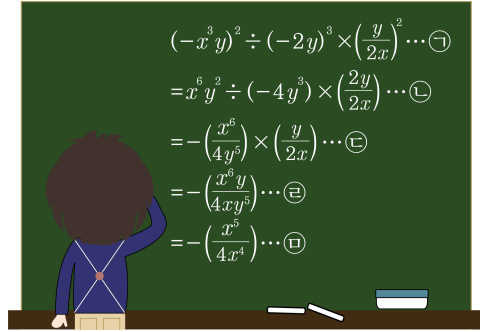
$$\text{㉠의 부피} = (4x)^2 \times 5y = 80x^2y$$

$$\text{㉡의 부피} = (2x)^2 \times (\text{높이}) = 4x^2 \times (\text{높이}) \text{이므로}$$

$$80x^2y = 4x^2 \times (\text{높이})$$

$$\therefore (\text{높이}) = 20y$$

12. 진수는 칠판에 적힌 $(-x^3y)^2 \div (-2y)^3 \times \left(\frac{y}{2x}\right)^2$ 을 풀어보았을 때, 다음 중 처음으로 틀린 곳을 찾아라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$$(-x^3y)^2 \div (-2y)^3 \times \left(\frac{y}{2x}\right)^2$$

$$= x^6y^2 \div (-8y^3) \times \frac{y^2}{4x^2}$$

$$= -\frac{x^6}{8y} \times \frac{y^2}{4x^2}$$

$$= -\frac{x^4y}{32}$$

이다. 처음으로 틀린 곳은 ㉡이다.

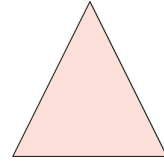
13. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $(a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3 = a^3b$
 ② $(a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = a^6b^2$
 ③ $(4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right) = \frac{4a^3}{27}$
 ④ $\left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^5b^3}{108}$
 ⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3 = \frac{1}{16a^6b}$

해설

$$\begin{aligned} \text{① } & (a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3 \\ &= a^4b^2 \times a^2b^2 \times \frac{1}{a^3b^3} \\ &= a^3b \\ \text{② } & (a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4} \\ &= a^4b^6 \times \frac{a^2}{b^4} \\ &= a^6b^2 \\ \text{③ } & (4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right) \\ &= 2^4a^2 \times \frac{a^3}{27} \times a^2 \\ &= \frac{16a^7}{27} \\ \text{④ } & \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3 \\ &= \frac{a^2}{4} \times \frac{a^3b^3}{27} \\ &= \frac{a^5b^3}{108} \\ \text{⑤ } & \left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3 \\ &= \frac{a^2}{16} \times \frac{1}{a^2 \times \frac{1}{a^6b^3}} \\ &= \frac{1}{16a^6b} \end{aligned}$$

14. 다음과 같이 삼각형 모양인 선물 상자가 있다. 선물 상자의 평면의 넓이는 2^5cm^2 이라고 한다. 가로가 2^3cm 이라 할 때, 높이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 cm

해설

(삼각형의 넓이) = $\frac{1}{2} \times (\text{가로의 길이}) \times (\text{높이})$ 에
 의해서
 $\frac{1}{2} \times 2^3 \times x = 2^5$,
 $2^{3-1} \times x = 2^5$,
 $2^2 \times x = 2^5$, $x = 2^{5-2} = 2^3$
 높이는 8 이다.

15. 자연수 n 이 홀수일 때, 다음의 값은?

$$(-1)^n - (-1)^{n+1} - (-1)^{n+2} + (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$$

[배점 4, 중중]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} & -1 - (+1) - (-1) + (+1) - (-1) \\ &= -1 - 1 + 1 + 1 + 1 = 1 \end{aligned}$$

16. $2^3 \times 4^x = 128$ 이고 $3^3 \div 9 \times 27 = 3^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2^3 \times (2^2)^x = 2^{3+2x} = 2^7$$

$$3 + 2x = 7$$

$$x = 2$$

$$3^3 \div 3^2 \times 3^3 = 3^{3-2+3} = 3^4$$

$$y = 4$$

$$\therefore xy = 8$$

17. $a : b = 2 : 5$ 일 때, $\frac{(2a^5b^3)^3}{(-a^4b^2)^4}$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$(\text{준식}) = \frac{8a^{15}b^9}{a^{16}b^8} = \frac{8b}{a}$$

$$b = \frac{5}{2}a \text{ 이므로 } \frac{20a}{a} = 20$$

18. $(x^a)^4 = x^{16} \div x^a \div x$ 일 때, a 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^{4a} = x^{16-a-1} = x^{15-a}, 4a = 15 - a$$

$$\therefore a = 3$$

19. $4x^4 \div x^2 \div (2x)^3$ 을 간단히 하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2x}$

해설

$$4x^4 \times \frac{1}{x^2} \times \frac{1}{8x^3} = \frac{4x^4}{8x^5} = \frac{1}{2x}$$

20. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 9^x 을 a 를 사용하여 나타내면?

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{a^2}{9}$ ② $\frac{a^3}{9}$ ③ $\frac{a^4}{9}$ ④ $\frac{a^5}{9}$ ⑤ $\frac{a^6}{9}$

해설

$$a = 3 \times 3^x \quad \therefore 3^x = \frac{a}{3}$$

$$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2 = \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{9}$$

21. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다. 기영이가 가지고 있는 MP3 가 1GB 의 용량을 넣을 수 있다고 하면, 기영이는 4MB 의 노래를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 256 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 2^{10} MB 이다. 4MB 는 2^2 MB 이므로 $2^2 \times x = 2^{10}$,

$$x = 2^8 = 256$$

22. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)
[배점 5, 중상]

- ① 2 ② $\frac{a}{b}$
③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$ ④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$
⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

23. $(-24xy^2) \div 12xy \times A = -8x^2y, -8x^2y^2 \div B \times x^2y^3 = 2x^3y$ 일 때, $A \times B, A \div B$ 의 값을 차례대로 구하면?
[배점 5, 중상]

- ① $4x^2, -4xy^4$ ② $-\frac{x}{y^4}, -16x^3y^4$
③ $-16x^3y^4, -\frac{x}{y^4}$ ④ $16x^3y^4, \frac{x}{y^4}$
⑤ $-16x^3y^4, -xy^4$

해설

$$\begin{aligned} \frac{-24xy^2}{12xy} \times A &= -8x^2y \text{ 에서} \\ -2y \times A &= -8x^2y \quad \therefore A = 4x^2 \\ \frac{-8x^2y^2 \times x^2y^3}{B} &= 2x^3y \text{ 에서} \\ \frac{-8x^4y^5}{B} &= 2x^3y \quad \therefore B = -4xy^4 \\ \therefore A \times B &= 4x^2 \times (-4xy^4) = -16x^3y^4 \\ \therefore A \div B &= 4x^2 \div (-4xy^4) = -\frac{x}{y^4} \end{aligned}$$

24. $x_1 = 97, x_2 = \frac{2}{x_1}, x_3 = \frac{3}{x_2}, x_4 = \frac{4}{x_3}$ 이라 할 때, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다.
따라서 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 2 \times 4 = 8$ 이다.

25. 등식 $(-4x^A y^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} (-4x^A y^3) \div 2xy^B \times 2x^3y &= Cxy \\ \frac{-4x^A y^3}{2xy^B} \times 2x^3y &= -4x^{A+2}y^{4-B} = Cxy \\ A+2 &= 1, 4-B=1, C=-4 \\ A &= -1, B=3, C=-4 \text{ 이므로} \\ A+B+C &= -1+3-4 = -2 \text{ 가 된다.} \end{aligned}$$