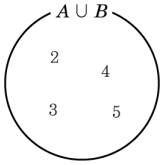
실력 확인 문제

1. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{2, 3\}$ 이고 $A \cup B$ 는 다음 벤 다이어그램과 같다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능한 것은?



[배점 2, 하중]

① $\varnothing$ ② $\{4\}$

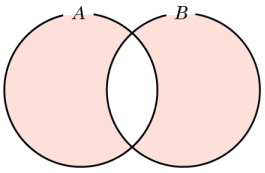
③ $\{4, 5\}$ ④ $\{2, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설

$A = \{2, 3\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $\{4, 5\} \subset B \subset \{2, 3, 4, 5\}$ 이다.

2. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $B = \{2,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



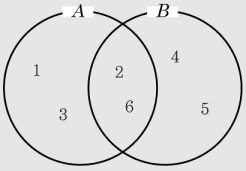
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 이고 벤 다이어그램은 다음과 같다.



$n(A \cap B) = 2$, $n(A \cup B) = 6$

따라서 $n((A \cup B) - (A \cap B)) = 6 - 2 = 4$ 이다.

3. 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$\{2\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$ [배점 2, 하중]

▶ 답 :

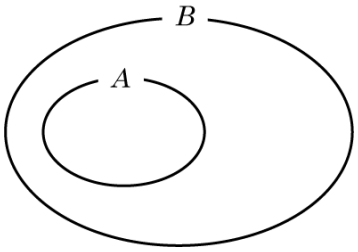
▷ 정답 : 8 개

해설

$\{2\} \subset X \subset \{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$ 의 의미는 $\{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하는 부분집합 이므로 집합 X 를 구하면

$\{2\}, \{1,\ 2\}, \{2,\ 4\}, \{2,\ 6\}, \{1,\ 2,\ 4\}, \{1,\ 2,\ 6\}, \{2,\ 4,\ 6\}, \{1,\ 2,\ 4,\ 6\}$ 이므로 개수는 8 개 이다.

4. 두 집합 $A = \{x|x$는 8의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 $\square$의 배수$\}$ 에 대하여 집합 A 와 B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는?



[배점 2, 하중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A \subset B$ 이므로 $\square$의 수는 8의 약수이면 된다.
따라서 $1, 2, 4, 8$이므로 4 개이다.

5. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = \{b\}$

㉡ $n(\{x$는 9의 약수$\}) - n(\{x$는 25의 약수$\}) = 0$

㉢ $n(\varnothing) + n(\{1, 2\}) = 2$

㉣ $n(\{2\}) - n(\varnothing) = 2$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = 3 - 2 = 1$

㉡ $\{x|x$는 9 의 약수$\} = \{1, 3, 9\}$, $\{x|x$는 25 의 약수$\} = \{1, 5, 25\}$ 이므로 $n(\{x$는 9의 약수$\}) - n(\{x$는 25의 약수$\}) = 3 - 3 = 0$

㉢ $n(\varnothing) + n(\{1, 2\}) = 0 + 2 = 2$

㉣ $n(\{2\}) - n(\varnothing) = 1 - 0 = 1$

6. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

① $n(\{0,1,2\})=2$

② $n(\{x|x\text{는 }4\text{의 약수}\})=4$

③ $n(\{1,2,3\})-n(\{1,2\})=3$

④ $n(\{x|x\text{는 }10\text{보다 작은 자연수}\})=10$

⑤ $n(\{\varnothing\})=1$

해설

① $n(\{0,1,2)=3$
② $n(\{x|x\text{는 }4\text{의 약수}\})=n(\{1,2,4)=3$
③ $n(\{1,2,3)-n(\{1,2)=3-2=1$
④ $n(\{x|x\text{는 }10\text{보다 작은 자연수}\)$
$=n(\{1,2,\cdots,9)=9$

7. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 2, 하중]

① 10 보다 작은 짝수의 모임

② 눈이 큰 사람의 모임

③ 애국가 1 절의 모임

④ 착한 사람의 모임

⑤ 키가 큰 사람의 모임

해설

① 2, 4, 6, 8 이므로 집합이다.
② '큰' 이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
③ '애국가 1 절' 이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
④ '착한' 이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ '키가 크다' 는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

8. 분식집에서 1주년 개업기념을 맞이하여 특별이 학생들의 기호에 맞추어 새로운 메뉴판을 제작하기로 했다. 다음 중 집합인 것은?

메뉴	가격
라면	2000원
김밥	1000원
볶음밥	2000원
우동	2000원
순대	2000원
떡볶이	1000원
냉면	2000원

[배점 2, 하중]

① 가격이 2000원인 음식

② 여학생들이 좋아하는 음식

③ 남학생들이 좋아하는 음식

④ 가격이 비교적 싼 음식

⑤ 맛있는 음식

해설

① 가격이 2000원으로 명확하게 기준이 정해져 있으므로 집합이다.
②, ③ 남학생과 여학생에 대한 정보가 없고 '좋아하는' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.
④ '비교적 싼' 이라는 단어는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ '맛있는' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.

9. 두 집합 $A = \{1,\ 3,\ 4\}$, $B = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 2, 하중]

① $3 \in A$ ② $1 \notin B$

③ $\varnothing \in B$ ④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{1,\ 2,\ 3,\ 6\} \subset B$

해설

② 1은 B에 속하므로 $1 \in B$이다.
③ $\varnothing$은 모든 집합의 부분집합이므로 $\varnothing \subset B$이다.
④ $\{1\} \in A$에서 집합과 집합의 관계에서는 $\subset$를 써야 한다.

10. 미정이네 반 학생 중 노인복지시설로 봉사활동을 가본 적이 있는 학생은 15명, 보육원으로 봉사활동을 가본 적이 있는 학생은 20명, 노인복지시설이나 보육원으로 봉사활동을 가본 적이 있는 학생은 27명이다. 노인복지시설과 보육원 모두 봉사활동을 가본 적이 있는 학생 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8명

해설

노인복지시설로 봉사활동을 간 학생의 집합을 A, 보육원으로 봉사활동을 간 학생의 집합을 B 라고 하자. 노인복지시설이나 보육원으로 봉사활동을 간 학생의 집합은 $A \cup B$ 이고, $n(A \cup B) = 27$ 이다.

노인복지시설과 보육원으로 모두 봉사활동을 간 학생의 집합은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 15 + 20 - 27 \\ &= 8(\text{명}) \end{aligned}$$

따라서 노인복지시설과 보육원 모두 봉사활동을 가본 적이 있는 학생 수는 8명이다.

11. 집합 $A = \{1,\ 10\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A = \{1,\ 10\}$ 이므로 A 의 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같다.

따라서 A 의 부분집합의 갯수는 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

12. 세 집합 $A = \{1, 4, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 5, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① $A \cap B = \{4\}$

② $B \cap C = \varnothing$

③ $A \cup C = \{1, 9, 10\}$

④ $(A \cap B) \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

⑤ $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

해설

③ $A \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

13. 집합 $A = \{a,\ b,\ c,\ d\}$, $B = \{a,\ b\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

① $a \subset A$ ② $\varnothing \in A$

③ $B \not\subset A$ ④ $A \not\subset B$

⑤ $\{a,\ b,\ c\} \subset A$

해설

① $a \in A$

② $\varnothing \subset A$

③ $B \subset A$

14. 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$ 일 때, $\{1,\ 2\} \subset B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 의 개수는 모두 몇 개인가? [배점 3, 하상]

① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개

④ 24 개 ⑤ 32 개

해설

집합 B 는 원소1, 2 를 반드시 포함하는 집합A 의 부분집합이다.

$\{1,\ 2\} \subset B \subset \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$ 이므로

집합B의 개수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개)

15. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$ 이므로

원소의 개수 $n(A \cup B) = 6$ 이다.

16. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① 5 보다 크고 6 보다 작은 자연수의 모임

② 몸무게가 60kg 이상인 사람들의 모임

③ 40 에 가까운 수의 모임

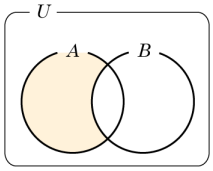
④ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임

⑤ 반올림하여 50 이 되는 자연수들의 모임

해설

'가까운' 은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

17. $n(U) = 20, n(B - A) = 7, n(B) = 9, n(A^c) = 6$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

$n(B) = 9, n(B - A) = 7$ 이므로 $n(A \cap B) = 2$ 이다.

$n(A^c) = 6$ 이므로 $n(A) = n(U) - n(A^c) = 20 - 6 = 14$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 2 = 12$ 이다.

18. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $B \cap A^c = A - B$ ② $A \cap U = U$

③ $A^c = U - A$ ④ $A \cap \varnothing = U$

⑤ $A \cup U = A$

해설

① $B \cap A^c = B - A$
② $A \cap U = A$
④ $A \cap \varnothing = \varnothing$
⑤ $A \cup U = U$

19. 두 집합 $A = \{ㄱ, □, ㄷ, ㄹ\}$, $B = \{ㄹ, ㄴ, □, ㄷ\}$에 대하여 $A \subset B$이고 $B \subset A$일 때, □ 안에 들어갈 한글 자음을 차례대로 구한 것은? [배점 3, 중하]

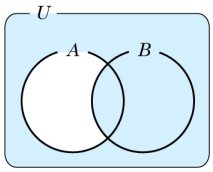
① ㄷ, ㄹ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ

④ ㄴ, ㄱ ⑤ ㄷ, ㄹ

해설

$A \subset B$이고 $B \subset A$는 $A = B$이다. 집합 A, B의 모든 원소가 같아야 하므로 두 집합을 비교하면 집합 A 의 □ = ㄴ이고, 집합 B의 □ = ㄱ이다.

20. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 22$, $n(A) = 10$, $n(B) = 17$, $n(A \cup B) = 20$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 3, 중하]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A - B)^C$
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 17 - n(A \cap B) = 20$
$\therefore \quad n(A \cap B) = 7$
$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 7 = 3$
$\therefore n((A-B)^C) = n(U) - n(A-B) = 22 - 3 = 19$

21. 두 집합 $A = \{8 - a,\ 5,\ 7\}$, $B = \{b, a, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 7\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{1, 7\}$ 이므로 $1 \in A$ 이다.
$\therefore \quad 8 - a = 1, \quad a = 7$
따라서 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{b, 7, 8\}$ 이다.
$(A \cup B) - A = \{3, 8\}$ 이므로 $3 \in B$ 이다.
$\therefore \quad b = 3$
$\therefore a + b = 7 + 3 = 10$

22. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 8월에 태어난 학생의 모임

㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임

㉢ 외떡잎 식물의 모임

㉣ 키우기 좋은 동물의 모임

㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임

㉥ 위인의 모임

㉦ 10보다 큰 11의 배수

㉧ 강남구 소속 주민의 모임

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉧ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉡ '잘하는'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉣ '좋은'이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

㉥ '위인'이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

23. 다음 보기는 소설책들의 제목이다. 이 제목들에 들어 있는 자음의 모임을 집합 A, 모음의 모임을 집합 B 라고 할 때, $n(A)$, $n(B)$ 를 구하여라.

보기

봄봄, 바람과 함께 사라지다, 무궁화 꽃이 피었습니다, 삼국지, 어린 왕자

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $n(A) = 14$

▷ 정답: $n(B) = 8$

해설

$A = \{$ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ, ㅅ, ㅇ, ㅈ, ㅊ, ㅍ, ㅎ, ㄲ, ㅆ$\}$

$B = \{$ㅏ, ㅓ, ㅗ, ㅜ, ㅡ, ㅣ, ㅘ, ㅐ$\}$

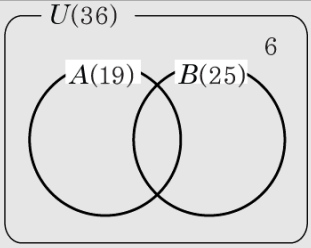
24. 축제에 참여한 36 명의 학생 중 합창을 한 학생이 19 명, 연극을 한 학생이 25 명이다. 두 가지 모두 하지 않은 학생이 6 명일 때, 합창은 하지 않고 연극만 한 학생 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 11 명

해설

합창을 한 학생의 집합을 A, 연극을 한 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다. 연극만 한 학생 수는 $B-(A\cap B)$ 이다.



$$\begin{aligned} n(A\cap B) &= n(A)+n(B)-n(A\cup B) \\ &= 19+25-30 \\ &= 14(\text{명}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(B-(A\cap B)) &= n(B)-n(A\cap B) \\ &= 25-14 \\ &= 11(\text{명}) \end{aligned}$$