

약점 보강 1

1. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 46 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 골라라.

23, 46, 52, 60, 70, 92, 138, 184

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 46

▷ 정답: 92

▷ 정답: 138

▷ 정답: 184

해설

최소공배수가 46 일 때, a, b 의 공배수는 46 의 배수이다.

따라서 46, 92, 138, 184 이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

① $47 = 4 \times 10^2 + 7 \times 10$

② $2031 = 2 \times 10^4 + 3 \times 10 + 1 \times 1$

③ $1111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

④ $1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1$

⑤ $1011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$

해설

① $4 \times 10 + 7 \times 1$

② $2 \times 1000 + 0 \times 100 + 3 \times 10 + 1 \times 1$
 $= 2 \times 10^3 + 3 \times 10 + 1 \times 1$

③ $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

④ $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$

⑤ $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

3. 우리 마트는 오픈 10 주년을 맞이하여 할인 행사를 한다고 한다. 마트 내에 과일가게는 4 일마다 반값으로 할인을 하고, 정육점은 6 일마다 반값으로 할인을 한다. 행사가 같은 날에 동시에 시작하여 다음에 처음으로 동시에 할인을 하는 날은 며칠 후인지 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 12 일후

해설

4 와 6 의 최소공배수는 12 이므로 다음에 처음으로 동시에 할인 행사를 하는 날은 12 일 후이다.

4. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ 이므로 $a = 3$ 이다.

$6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

5. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 개구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!

사랑 : 무엇을 구했는데?

재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.

사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

재중 : 그럼, (= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!

사랑 : 맞아!

재중 : 공약수의 개수는 (= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.

6. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① $\{1\}$

② $\emptyset$

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{0\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

7. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(a+1) = 12$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

8. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?
[배점 4, 중중]

① 6 ② 12 ③ 36 ④ 42 ⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72$, $140 + 4 = 144$, $210 + 6 = 216$ 의 최대공약수는 72 이다.

9. 다음 보기의 a , b , c 의 값을 십진법으로 나타낸 후 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

보기

a 는 $10_{(2)}$, $110_{(2)}$, $1000_{(2)}$ 의 최소공배수
 b 는 $1100_{(2)}$ 의 약수의 합
 c 는 $1111_{(2)} - 3$

[배점 4, 중중]

▶ **답 :**

▶ **정답 :** 64

해설

a 는 $10_{(2)} = 2$, $110_{(2)} = 6$, $1000_{(2)} = 8$ 의 최소공배수이므로 24이다.
 b 는 $1100_{(2)} = 12$ 의 약수의 합이므로 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$ 이다.
 $c = 1111_{(2)} - 3 = 15 - 3 = 12$
 $\therefore a + b + c = 24 + 28 + 12 = 64$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(B - A) = 12$, $n(A) = 15$, $n(A \cap B) = 6$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 는?
[배점 4, 중중]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$n(B) - n(A \cap B) = n(B - A)$ 이므로 $n(B) = n(A \cap B) + n(B - A) = 6 + 12 = 18$ 이다.
따라서 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 18 - 6 = 33 - 6 = 27$ 이다.
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 27 = 13$ 이다.

11. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는?
(단, a , b 는 자연수)
[배점 4, 중중]

① 24 ② 38 ③ 56 ④ 60 ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는 $3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{2, 3, a, 7, b, 13, c\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } d \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, 다음 중 $a + b + c + d$ 의 값으로 옳은 것을 모두 고르면?
[배점 5, 중상]

① 48 ② 49 ③ 50 ④ 51 ⑤ 52

해설

집합 A 의 원소의 개수가 7개이므로
집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$
i) $d = 17$, ii) $d = 18$ 인 두 가지 경우가 있으므로
로
 $5 + 11 + 17 + 17 = 50$, $5 + 11 + 17 + 18 = 51$
이다.

13. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, 보기를 만족하는 집합 B 의 개수는?

보기

$\{4, 8\} \subset B \subset A$, $n(B) = 4$

[배점 5, 중상]

① 0개 ② 1개 ③ 2개
④ 3개 ⑤ 4개

해설

$A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이고 집합 B 는 원소 4, 8을 포함한 집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 4개인 집합이므로 $\{4, 8, 12, 16\}$, $\{4, 8, 12, 20\}$, $\{4, 8, 16, 20\}$ 의 3개

14. 두 집합 $A = \{21, 24, 27, 30\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$A = \{21, 24, 27, 30\}$, $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$ 이므로
 $n(A) = 4$, $n(B) = 10$ 이다.
 $\therefore 4 + 10 = 14$

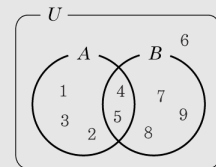
15. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $A^c \cup B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B - A = \{7, 8, 9\}$, $A^c \cap B^c = \{6\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.
따라서 $n(A) = 5$ 이다.



16. n 진법으로 나타낸 수 $300_{(n)}$ 이 $43_{(n)}$ 의 4 배가 될 때,
 n 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$300_{(n)} = 4 \times 43_{(n)}$$

$$\rightarrow 3n^2 = 4 \times (4n + 3)$$

$$\rightarrow 3n^2 - 16n = 12$$

위 식을 만족하는 $n = 6$ 이다.

17. 1881 는 a, b, c 의 곱으로 표현된다. $a + b + c$ 의 최솟
값은 얼마인지 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$$1881 = 3 \times 3 \times 11 \times 19$$

따라서, 순서에서 상관없이 a, b, c 가 될 수 있는
수를 살펴보면,

$(9, 11, 19), (3, 19, 33), (3, 11, 57), (3, 3, 209)$ 이
다.

$$\therefore a + b + c \text{의 최솟값} = 9 + 11 + 19 = 39$$