

# 단원 형성 평가

1. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수  $x$  의 값을 모두 구하여라.

$$3 < \sqrt{3x} < 5, \sqrt{40} < x < \sqrt{70}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{3x} < 5 = \sqrt{25}$  를 만족하는

$x = 4, 5, 6, 7, 8$  이다.

$\sqrt{40} < \sqrt{x^2} < \sqrt{70}$  을 만족하는

$x = 7, 8$  이다.

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

①  $\sqrt{5} - 1 > 1$

②  $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$

③  $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$

④  $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$

⑤  $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤  $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$

$\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

3. 다음 중  $\sqrt{5}$  와  $\sqrt{10}$  사이에 있는 무리수는?

[배점 2, 하중]

①  $\sqrt{5} - 1$

②  $2\sqrt{5}$

③  $\sqrt{10} - 2$

④  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2}$

⑤ 4

해설

$$2\sqrt{5} = \sqrt{20}, \sqrt{5} < \frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2} < \sqrt{10}$$

4.  $\sqrt{x}$  이하의 자연수의 개수를  $N(x)$  라고 하면,  $2 < \sqrt{5} < 3$  이므로  $N(5) = 2$  이다.

이 때,  $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$  의 값은?

[배점 3, 하상]

① -10

② 14

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$  이므로

$N(1) = N(2) = N(3) = 1$

$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = 3$

$\therefore 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

5.  $-3 < a < 0$  일 때,  $\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2}$  을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

- ①  $-2a - 3$       ②  $-2a + 3$       ③  $-3$   
 ④  $2a - 3$       ⑤  $2a + 3$

해설

$-3 < a < 0$  일 때,  $a < 0$  이고  $a+3 > 0$  이다.  
 $\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2} = |-a| - |a+3|$   
 $= -a - (a+3) = -a - a - 3 = -2a - 3$

6. 세 수  $1 + \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  를 작은 순서대로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ①  $\sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$   
 ②  $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{2}$   
 ③  $1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$   
 ④  $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$   
 ⑤  $\sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2}$

해설

$1 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3} < 0 \therefore 1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$   
 $\sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0$   
 $\therefore \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$   
 따라서  $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$  이다.

7. 다음은  $a = 3\sqrt{2} + 1$ ,  $b = 2\sqrt{3}$  의 대소를 비교하는 과정이다. 결과에 해당하는 것을 찾으려면?

$$a - b = (3\sqrt{2} + 1) - (2\sqrt{3})$$

$$= \sqrt{18} - \sqrt{12} + 1$$

[배점 3, 하상]

- ①  $a > b$       ②  $a \geq b$       ③  $a < b$   
 ④  $a \leq b$       ⑤  $a = b$

해설

$\sqrt{18} + 1 > \sqrt{12}$  이기 때문에  $\sqrt{18} - \sqrt{12} + 1$  의 값 또한 0 보다 크다.  
 $a$ 와  $b$  의 대소 관계를 구할 때,  $a - b$  의 값이 양수이면  $a > b$  이고, 음수이면  $a < b$  이므로 정답은  $a > b$  이다.

8.  $\sqrt{52-x} = 7$  을 만족하는  $x$  의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\sqrt{52-x} = 7,$$

$$52 - x = 49, x = 3$$

9.  $\sqrt{3x+40}$  이  $12 < \sqrt{3x+40} < 15$  를 만족하는 정수가 되는 자연수  $x$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 43

▷ 정답 : 52

해설

$$12 < \sqrt{3x+40} < 15$$

$$3x+40 = 13^2 = 169, x = 43$$

$$3x+40 = 14^2 = 196, x = 52$$

10. 다음 표의 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수들을 찾아 색칠하여라. 또 그 수들이 나타내는 수를 아래쪽에 색칠하여 두 그림이 나타내는 수를 말하여라.

|               |              |              |               |               |
|---------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| $\sqrt{81}$   | $\sqrt{100}$ | $\sqrt{0}$   | $\sqrt{0.01}$ | $\sqrt{64}$   |
| $\sqrt{9}$    | $\sqrt{13}$  | $\sqrt{28}$  | $\sqrt{-16}$  | $\sqrt{25}$   |
| $\sqrt{49}$   | $\sqrt{15}$  | $\sqrt{120}$ | $\sqrt{20}$   | $\sqrt{36}$   |
| $\sqrt{-0.9}$ | $\sqrt{18}$  | $\sqrt{0.4}$ | $\sqrt{-16}$  | $\sqrt{0.09}$ |
| $\sqrt{-36}$  | $\sqrt{3}$   | $\sqrt{-9}$  | $\sqrt{8}$    | $\sqrt{4}$    |

|     |      |     |     |    |
|-----|------|-----|-----|----|
| -5  | 15   | 16  | 0   | 25 |
| -10 | -0.3 | 3   | 8   | 11 |
| -1  | 6    | -6  | 0.1 | -4 |
| 7   | 10   | 2   | 0.3 | 9  |
| -7  | -10  | -13 | 5   | 12 |

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

|               |              |              |               |               |
|---------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| $\sqrt{81}$   | $\sqrt{100}$ | $\sqrt{0}$   | $\sqrt{0.01}$ | $\sqrt{64}$   |
| $\sqrt{9}$    | $\sqrt{13}$  | $\sqrt{28}$  | $\sqrt{-16}$  | $\sqrt{25}$   |
| $\sqrt{49}$   | $\sqrt{15}$  | $\sqrt{120}$ | $\sqrt{20}$   | $\sqrt{36}$   |
| $\sqrt{-0.9}$ | $\sqrt{18}$  | $\sqrt{0.4}$ | $\sqrt{-16}$  | $\sqrt{0.09}$ |
| $\sqrt{-36}$  | $\sqrt{3}$   | $\sqrt{-9}$  | $\sqrt{8}$    | $\sqrt{4}$    |

|     |      |     |     |    |
|-----|------|-----|-----|----|
| -5  | 15   | 16  | 0   | 25 |
| -10 | -0.3 | 3   | 8   | 11 |
| -1  | 6    | -6  | 0.1 | -4 |
| 7   | 10   | 2   | 0.3 | 9  |
| -7  | -10  | -13 | 5   | 12 |

11. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서  $\sqrt{n}$  의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를  $\sqrt{a}$  , 가장 작은 수를  $\sqrt{b}$  라고 할 때,  $\sqrt{a-b}$  를 구하여라. (단,  $n$  은 자연수)  
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\sqrt{26}$

해설

$$\begin{aligned} 6 &= \sqrt{36}, 8 = \sqrt{64}, \\ \sqrt{a} &= \sqrt{63}, a = 63, \\ \sqrt{b} &= \sqrt{37}, b = 37, \\ \sqrt{a-b} &= \sqrt{63-37} = \sqrt{26} \end{aligned}$$

12.  $-1 < a < 2$  일 때,  $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-2)^2} + a - 3$  을 간단히 하면?  
[배점 4, 중중]

- ①  $a$                       ②  $3a - 4$                       ③  $0$   
④  $a - 6$                       ⑤  $3a + 1$

해설

$-1 < a < 2$  에서  $a + 1 > 0$  ,  $a - 2 < 0$  이므로  
(준식)  $= a + 1 - (a - 2) + a - 3 = a$

13.  $a > 0, b > 0$  일 때 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ①  $\sqrt{a^2b} = ab$                       ②  $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$   
③  $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$                       ④  $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$   
⑤  $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

- ①  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$   
②  $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$   
③  $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$   
④  $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

14.  $a = -\sqrt{3}$  일 때, 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$$a^2, (-a)^2, a^3, (-a)^3, \sqrt{3}a, \sqrt{3} + a, \frac{a}{\sqrt{3}}, \sqrt{3} - a, 3a$$

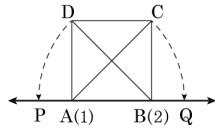
[배점 4, 중중]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} a^2 &= (-\sqrt{3})^2 = 3 : \text{유리수} \\ (-a)^2 &= \{ -(-\sqrt{3}) \}^2 = 3 : \text{유리수} \\ a^3 &= (-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3} : \text{무리수} \\ (-a)^3 &= (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3} : \text{무리수} \\ \sqrt{3}a &= \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3 : \text{유리수} \\ \sqrt{3} + a &= \sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 : \text{유리수} \\ \frac{a}{\sqrt{3}} &= \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1 : \text{유리수} \\ \sqrt{3} - a &= \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} : \text{무리수} \\ 3a &= 3 \times (-\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} : \text{무리수} \end{aligned}$$

15. 수직선 위의 점 A(1) 에서 B(2) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그렸다.  $\overline{BD} = \overline{BP}$ ,  $\overline{AC} = \overline{AQ}$  인 점 P, Q 를 수직선 위에 잡을 때, P(a), Q(b) 에 대하여  $a - 2b$  의 값은?



[배점 5, 중상]

- ①  $-3\sqrt{2}$       ②  $-2\sqrt{2}$       ③ 0  
 ④  $\sqrt{2}$       ⑤ 4

해설

$$Q(1 + \sqrt{2}), P(2 - \sqrt{2})$$

$$\therefore a - 2b = (2 - \sqrt{2}) - 2(1 + \sqrt{2}) = -3\sqrt{2} \text{ 이다.}$$