

단원 형성 평가

1. $\sqrt{56x}$ 가 자연수가 되기 위한 최소의 자연수 x 는?
[배점 3, 하상]

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 14 ⑤ 28

해설

$56x = 2^3 \times 7 \times x$ 이므로 가장 작은 자연수 $x = 14$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $\sqrt{5} - 1 > 1$
㉡ $\sqrt{11} - 2 < -2 + \sqrt{10}$
㉢ $2 - \sqrt{3} < \sqrt{5} - \sqrt{3}$
㉣ $\sqrt{7} + 3 < \sqrt{7} + \sqrt{8}$
㉤ $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$

[배점 3, 하상]

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉤ ③ ㉠, ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉡ $\sqrt{11} - 2 - (-2 + \sqrt{10}) = \sqrt{11} - \sqrt{10} > 0$
 $\therefore \sqrt{11} - 2 > -2 + \sqrt{10}$
㉣ $\sqrt{7} + 3 - (\sqrt{7} + \sqrt{8}) = 3 - \sqrt{8} > 0$
 $\therefore \sqrt{7} + 3 > \sqrt{7} + \sqrt{8}$

3. $\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인지 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

$\sqrt{15} < \sqrt{2x} < \sqrt{250} \rightarrow 7.5 < x < 125$
 $\sqrt{2x}$ 가 자연수가 되려면
 $x = 2 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.
조건에 맞는 x 의 값을 구하면
8, 18, 32, 50, 72, 98 이다.

4. 9 의 제곱근 중 작은 수와 25 의 제곱근 중 큰 수의 합을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

9 의 제곱근 : ± 3
25 의 제곱근 : ± 5
9 의 제곱근 중 작은 수와 25 의 제곱근 중 큰 수의
합은 $-3 + 5 = 2$

5. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.
- ② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.
- ⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

6. $4\sqrt{9} + 2\sqrt{16} - 4\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{(-7)^2}$ 를 계산하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11

해설

(준식) $= 4 \times 3 + 2 \times 4 - 4 \times \frac{1}{2} - 7 = 12 + 8 - 2 - 7 = 11$

7. $\sqrt{a^2} = 4$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- ① 2 ② -2 ③ ± 2 ④ 4 ⑤ ± 4

해설

양변을 제곱하면, $a^2 = 16$
 $\therefore a = \pm 4$

8. $\sqrt{78+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 10 ② 12 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$78 + a = 9^2 = 81$
 $\therefore a = 3, b = 9$
 $\therefore a + b = 12$

9. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 유한소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ 무한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 모든 양수는 2 개의 무리수 제곱근을 갖는다.
- ㉤ 제곱근 4 는 ± 2 이다.
- ㉥ x 가 a 의 제곱근이면 $x^2 = a$ 이다.
- ㉦ 실수 중에서 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다.
- ㉧ a 가 자연수일 때, $\sqrt{a}$ 가 무리수인 경우가 있다.
- ㉨ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

[배점 4, 중중]

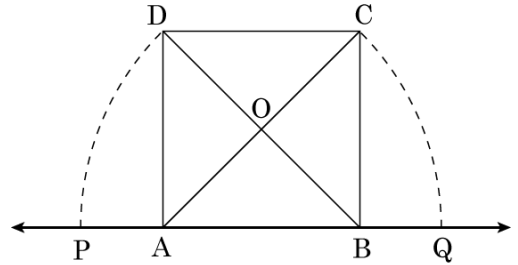
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:

- ▶ 정답: ㉡
- ▶ 정답: ㉣
- ▶ 정답: ㉤
- ▶ 정답: ㉥
- ▶ 정답: ㉨

해설

- ㉡ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
- ㉢ 무한소수는 순환소수와 비순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 모든 양수가 2 개의 '무리수' 제곱근을 갖는 것은 아니다.
예) 양수 4 는 2 개의 유리수 제곱근(± 2)을 갖는다.
- ㉤ $\sqrt{4} = 2$
- ㉨ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만 6 은 소수가 아니다.

10. 다음 그림에서 사각형ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. 점 P 에 대응하는 수가 $5 - 3\sqrt{2}$ 이고 $\overline{AC} = \overline{AQ}$, $\overline{DB} = \overline{BP}$ 일 때, 점 Q 에 대응하는 수는?



[배점 4, 중중]

- ㉠ $5 - \sqrt{2}$
- ㉡ $5 - 2\sqrt{2}$
- ㉢ $4 - \sqrt{2}$
- ㉣ $4 - 2\sqrt{2}$
- ㉤ $3 - 2\sqrt{2}$

해설

사각형 ABCD 의 대각선 길이는 $\sqrt{2}$

$P(5 - 3\sqrt{2})$

B 는 P 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점

A 는 B 보다 1 만큼 왼쪽에 위치한 점

$\therefore B(5 - 2\sqrt{2}), A(4 - 2\sqrt{2})$

Q 는 A 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 오른쪽에 위치한 점이므로

$Q(4 - \sqrt{2})$

11. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$
 ㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$
 ㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$
 ㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$
 ㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $-\sqrt{a^2} = (-a) = -a$
 ㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$
 ㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

12. 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수)라고 할 때, $f(70) - f(28)$ 의 값을 구하여라.
 (단, x 는 자연수이다.) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\sqrt{70}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 8 이고 $\sqrt{28}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 5 이므로 $8 - 5 = 3$ 이다.

13. 두 실수 a, b 에 대하여 $a - b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

[배점 5, 중상]

- ① 0 ② $2a$ ③ $a - b$
 ④ $2b$ ⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\ &= -a + b - (-a) + b \\ &= 2b \end{aligned}$$

14. $\sqrt{56 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1022

해설

$$\sqrt{56 \times a} = \sqrt{2^2 \times 14 \times a}$$

$$\therefore a = 14 \times x^2$$

$$100 \leq 14 \times x^2 < 1000$$

$$x^2 = 9, 16, 25, 36, 49, 64$$

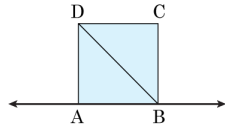
$$a = 126, 224, 350, 504, 686, 896$$

가장 작은 세 자리의 수 : 126

가장 큰 세 자리의 수 : 896

$$126 + 896 = 1022$$

15. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4π

해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로

대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi$ 이다.