단원 형성 평가

1. $5 \le \sqrt{3x} < 6$ 을 만족하는 정수 x 를 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: 9
▷ 정답: 10
▷ 정답: 11

해설

$5 \le \sqrt{3x} < 6$ 는 $\sqrt{25} \le \sqrt{3x} < \sqrt{36}$ 이므로 $25 \le 3x < 36$ 이다. 따라서 $\frac{25}{3} \le x < 12$ 이므로 정수 x 는 9, 10, 11 이다.

2. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $\sqrt{24} < 5$
② $\sqrt{17} > 4$
③ $4 < \sqrt{20}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{6} < \frac{\sqrt{3}}{6}$
⑤ $\sqrt{0.7} < 0.7$

해설

$\sqrt{0.7} > \sqrt{0.49}$ 이므로 $\sqrt{0.7} > 0.7$ 이다.

3. 다음 수들을 소수로 나타낼 때 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은? [배점 4, 중중]

① $0.\dot{6} + \sqrt{3}$
② $\frac{3}{\sqrt{4}}$
③ $\sqrt{0.25}$
④ $\frac{1}{3}$
⑤ $\sqrt{\frac{9}{4}}$

해설

② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3} = 0.3333\cdots$ ⑤ $\frac{3}{2}$

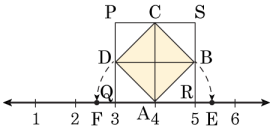
4. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 N, Z, Q, I, R 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?(단, R 은 전체집합이다.) [배점 4, 중중]

① $I \subset Z^c$
② $(N \cap Q) \subset Z$
③ $R - Q^c = I^c$
④ $R - (Q \cup I) = \phi$
⑤ $I - (Q \cap Z) = \phi$

해설

⑤ $I - (Q \cap Z) = I - Z = I$

5. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 PQRS 가 있다. $\overline{AB}$ 를 회전하여 수직선과 만나는 점을 E , $\overline{AD}$ 를 회전하여 수직선과 만나는 점을 F 라고 할 때, 두 점의 좌표가 바르게 짝지어진 것은?



[배점 4, 중중]

① $\mathrm{E}(5+\sqrt{2})$, $\mathrm{F}(3-\sqrt{2})$

② $\mathrm{E}(5-\sqrt{2})$, $\mathrm{F}(4+\sqrt{2})$

③ $\mathrm{E}(4+\sqrt{2})$, $\mathrm{F}(4-\sqrt{2})$

④ $\mathrm{E}(4-\sqrt{2})$, $\mathrm{F}(4+\sqrt{2})$

⑤ $\mathrm{E}(6-\sqrt{2})$, $\mathrm{F}(2+\sqrt{2})$

해설

한 변의 길이가 1 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AB}=\overline{AE}=\overline{AD}=\overline{AF}=\sqrt{2}$
점 E 는 4 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 큰 수이므로 점E 의 좌표는 $\mathrm{E}(4+\sqrt{2})$
점 F 는 4 보다 $\sqrt{2}$ 만큼 작은 수이므로 점F 의 좌표는 $\mathrm{F}(4-\sqrt{2})$

6. $\{x|300\le x\le 600,\ x$는 정수$\}$ 에 대하여$\sqrt{3}\times\sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면?

[배점 5, 중상]

① 5 개 ② 52 개 ③ 100 개

④ 101 개 ⑤ 301 개

해설

$\sqrt{3}\times\sqrt{x}=\sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고 이 때, $x=3k^2(k$ 는 자연수$)$ 이다.
$300\le 3k^2\le 600 \Leftrightarrow 100\le k^2\le 200$
$k^2=10^2,\ 11^2,\ 12^2,\ 13^2,\ 14^2$
$\therefore x$ 의 개수는 5 개

7. $0<a<1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

[배점 5, 중상]

① a ② a^3 ③ $\sqrt{a}$

④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a=\frac{1}{2}$ 라고 하면
① $\frac{1}{2}$
② $\frac{1}{8}$
③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$
④ 8
⑤ $\sqrt{2}$

8. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

[배점 5, 중상]

① (무리수)+ (무리수)

② (무리수)− (무리수)

③ (유리수)× (무리수)

④ (무리수)÷ (무리수)

⑤ (무리수)− (유리수)

해설

① $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ (유리수)
② $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ (유리수)
③ $0\times\sqrt{2}=0$ (유리수)
④ $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$ (유리수)

9. $\sqrt{18}+3$과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a, $2\sqrt{7}$과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

① 4 ② 2 ③ 0 ④ −2 ⑤ −4

해설

① $\sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$
$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$
② $2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$
$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$
$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$
$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4$ 이다.

10. $\sqrt{10(n-1)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 값을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: n= 11, 41, 91

해설

n 이 두 자리의 자연수이므로 $10\le n\le 99$
$9\le n-1\le 98$
$\sqrt{10(n-1)}$ 이 자연수가 되기 위해서는
$n-1=10\times 1^2,\ 10\times 2^2,\ 10\times 3^2,\ \cdots$
이때, $9\le n-1\le 98$ 을 만족해야 하므로
$n-1=10\times 1^2$ 에서 $n=11$
$n-1=10\times 2^2$ 에서 $n=41$
$n-1=10\times 3^2$ 에서 $n=91$
$n=11,\ 41,\ 91$

11. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(n)=161$을 만족하는 n의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 41

해설

$\sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4, \sqrt{25}=5, \sqrt{36}=6, \sqrt{49}=7$ 이므로
$n=1,\ 2,\ 3$일 때, $f(n)=1\to 3\times 1=3$
$n=4,\cdots,8$일 때, $f(n)=2\to 5\times 2=10$
$n=9,\cdots,15$일 때, $f(n)=3\to 7\times 3=21$
$n=16,\cdots,24$일 때, $f(n)=4\to 9\times 4=36$
$n=25,\cdots,35$일 때, $f(n)=5\to 11\times 5=55$
$n=36,\cdots,48$일 때, $f(n)=6\to 13\times 6=78$
$3+10+21+36+55=125$이고,
$n=41$이면 $125+6\times 6=161$
$\therefore n=41$

12. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 상하]

① 순환하지 않는 무한소수

② 분수로 나타낼 수 없는 수

③ 유한소수

④ 순환소수

⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

13. 실수의 집합 R 의 부분집합 Q 가 유리수 전체의 집합이고, $x \in Q$, $y \in Q^c$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것을 골라라. [배점 5, 상하]

① $x+y \in Q$ ② $xy \in Q^c$

③ $x^2y^2 \in Q$ ④ $x-y \in Q^c$

⑤ $\dfrac{x}{y} \in Q^c$

해설

x 는 유리수, y 는 무리수이므로

①, ④ $x+y$, $x-y$ 는 항상 무리수이다.

②, ③ xy , x^2y^2 는 유리수일 수도 있고 무리수일 수도 있다.

⑤ $\dfrac{x}{y}$ 는 $x=0$ 일 때 유리수이다.

따라서 항상 옳은 것은 ④ $x-y \in Q^c$ 이다.

14. $a-b>0$, $ab<0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{(b-a)^2}=b-a$

㉡ $\sqrt{(ab)^2}=|ab|$

㉢ $-\sqrt{b^2}>\sqrt{a^2}+1$

㉣ $\sqrt{a^2}-\sqrt{(-b)^2}=a+b$

㉤ $\dfrac{\sqrt{(ab)^2}}{2}>\dfrac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$

㉥ $\sqrt{(-a)^2}+1<1-\sqrt{b^2}$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$b<0<a$ 이므로

㉠ : $\sqrt{(b-a)^2}=a-b$

㉡ : $\sqrt{(ab)^2}=-ab=|ab|$

㉢ : $-\sqrt{b^2}=b$, $\sqrt{a^2}=a$

$b-a<0$ 이므로 $-\sqrt{b^2}<\sqrt{a^2}+1$

㉥ : $\sqrt{(-a)^2}=a$

$-\sqrt{b^2}=-(-b)=b$

$\sqrt{(-a)^2}+1>1-\sqrt{b^2}$

15. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r의 최댓값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9개로 나누고
작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.
한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로
$r = 3\sqrt{2}$