

단원테스트 2차

1. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한 집합이다.
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

2. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

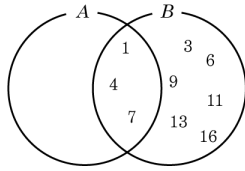
해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

3. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 13, 16\}$, $A \cap B = \{1, 4, 7\}$ 일 때,
다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?(정답 2 개)



[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 4, 7\}$ ② $\{1, 2, 4, 5, 7\}$
 ③ $\{1, 3, 4, 7, 9\}$ ④ $\{1, 4, 5, 7, 8\}$
 ⑤ $\{1, 3, 7, 9, 11\}$

해설

집합 A 는 반드시 $A \cap B = \{1, 4, 7\}$ 을 포함하여야 한다.

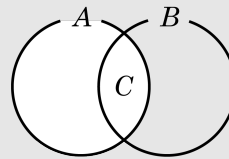
그러나 B 집합에만 존재하는 원소 3, 6, 9, 11, 13, 16 은 들어갈 수 없다.

- ③ 3, 9 가 포함되어서 옳지 않다.
 ⑤ 3, 9, 11 이 포함되어서 옳지 않다.

4. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 A, B, C 사이의 포함 관계로 옳은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ ② $A \subset C$ ③ $B \subset C$
 ④ $B \subset A$ ⑤ $C \subset B$

해설



$A = \{4, 8, 12, \dots\}$, $B = \{6, 12, 18, \dots\}$,
 $C = \{12, 24, 36, \dots\}$

5. $\{3\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

집합 X 는 3 을 반드시 원소로 가지는 $\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^3 = 8$ (개)

6. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 에 대하여, 다음 중 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 는?

[배점 4, 중중]

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ② $B = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ③ $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $B = \{x \mid x \text{는 } 14 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
따라서 보기 중 집합 A 와 집합 B 가 같은 것을 찾는다.

- ① $B = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$
- ② $B = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$
- ③ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ④ $B = \{1, 3, 5, \dots, 13\}$
- ⑤ $B = \{2, 3, 4, \dots, 15\}$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 이다. $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 6개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
따라서 $n(B) = 6$ 이다.

8. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = 1$
- ② $X = \{1, 2\}$ 이면 $n(X) = 3$
- ③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = 5$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\},$
 $B = \{1, 3, 7\}$ 일 때, $n(A) + n(B) = 3$
- ⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때,
 $n(A) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0$
- ② $X = \{1, 2\}$ 에서 $n(X) = 2$
- ③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = n(\{1, 5\}) = 2$
- ⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 0$

9. $A = \{x \mid x \text{는 } \{a, b\} \text{의 부분집합}\}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{a\} \in A$ 이다.
- ② $\emptyset \in A$ 이다.
- ③ $\emptyset \subset A$ 이다.
- ④ $\{a, b\} \in A$ 이다.
- ⑤ $\{\emptyset\} \in A$ 이다.

해설

$A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

- ⑤ $\{\emptyset\}$ 는 집합 A 의 부분집합이지만, 집합 A 의 원소는 아니다.

10. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 원소의 개수가 2 개인 부분집합 중 원소의 합이 5 인 집합은 몇 개인가?

[배점 4, 중중]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
④ 5개 ⑤ 6개

해설

원소의 개수가 2 개인 A 의 부분집합 : $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{3, 4\}$
이 중 원소의 합이 5 인 집합은 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$ 이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 짝수로만 이루어진 부분집합이 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\emptyset$ ② $\{2\}$ ③ $\{2, 4\}$
④ $\{4, 8\}$ ⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$
이 중 짝수로만 이루어진 $\{2, 4, 8\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$
원소가 1 개인 부분집합 : $\{2\}$, $\{4\}$, $\{8\}$
원소가 2 개인 부분집합 : $\{2, 4\}$, $\{2, 8\}$, $\{4, 8\}$
원소가 3 개인 부분집합 : $\{2, 4, 8\}$
이고, 이 중 원소가 0 개인 부분집합은 짝수가 한 개도 포함되어 있지 않으므로 원소가 짝수로만 이루어진 부분집합이 아니다.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합은 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

짝수를 제외한 $\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1 개인 부분집합 : $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$

원소가 2 개인 부분집합 : $\{1, 3\}$, $\{1, 5\}$, $\{1, 7\}$, $\{3, 5\}$, $\{3, 7\}$, $\{5, 7\}$

원소가 3 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}$, $\{1, 3, 7\}$, $\{1, 5, 7\}$, $\{3, 5, 7\}$

원소가 4 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}$

이고, 이 중 원소가 0 개인 부분집합은 홀수가 한 개도 포함되어 있지 않으므로 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합이 아니다.

따라서 홀수로만 이루어진 부분집합의 갯수는 15 개이다.

13. 집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$,
 $A \cap B = \{1, 8, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13,$
 $15, 18\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

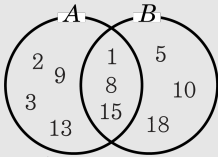
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 7

해설

$B = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{1, 8, 15\}$,
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 15, 18\}$ 이므로
벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 $A = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$ 이고, 집합
 A 의 원소의 개수는 7 개이다.

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합
중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의
개수는? [배점 4, 중중]

- ① 16 ② 32 ③ 56
④ 64 ⑤ 128

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

전체 부분집합의 개수: $2^6 = 64$ (개)

홀수를 적어도 1 개 포함하는 집합의 개수는 전체
부분집합의 개수에서 홀수가 하나도 포함되지 않
은 부분집합의 개수를 빼면 된다.

$$2^6 - 2^3 = 64 - 8 = 56 \text{ (개)}$$

15. 다음 중 10 보다 작은 3 의 배수의 집합을 원소나열법
으로 바르게 나타낸 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1, 3, 6\}$ ② $\{2, 3, 6\}$
③ $\{3, 6, 9\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
⑤ $\{3, 6, 9, 12\}$

해설

$$\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\} = \{3, 6, 9\}$$

16. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, a+1\}$, $B = \{4, 5, a\}$ 에
대하여 $A \cap B = \{3, 4\}$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하면?
(단, a 는 상수) [배점 4, 중중]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$B = \{4, 5, a\}$ 이고 $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 3$
이 때, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

$$A - B = \{1, 2\}$$

$$\therefore n(A - B) = 2$$

17. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$
일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 26

해설

$$A = \{2, 5, 8, 11\} \text{ 이므로 모든 원소의 합은 } 2 + 5 + 8 + 11 = 26$$

18. 두 집합 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{2, 3, a+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, 집합 $A \cup B$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① $\{2, 3\}$ ② $\{2, 3, 4\}$
 ③ $\{3, 4, 5\}$ ④ $\{1, 2, 3, 4\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $A = \{1, 2, 3\}$
 따라서 $a = 3$ 이다. $B = \{2, 3, 4\}$
 $\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

19. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\{0\} \subset A$ ㉡ $\emptyset \subset A$
 ㉢ $0 \notin A$ ㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$
 ㉤ $\{1\} \subset A$ ㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

- ㉠ $\{0\} \not\subset A$
 ㉢ $A \subset \{2, 3, 1\}$

20. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
 ③ $n(\{4\}) = 4$
 ④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
 ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0$, $n(\{0\}) = 1$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
 ③ $n(\{4\}) = 1$
 ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
 ⑤ $n(\{3\}) = 1$