

실력 확인 문제

1. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8 개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\}, \{m, t, h\}$ 이고 총 8개이다.

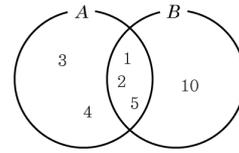
2. 두 집합 $A = \{\text{한국, 브라질, 독일, 터키}\}, B = \{\text{이탈리아, 프랑스, 독일, 포르투갈}\}$ 에 대해 $A \cap B$ 는?
[배점 2, 하중]

- ① {한국}
- ② {브라질}
- ③ {독일}
- ④ {한국, 독일}
- ⑤ {독일, 터키, 포르투갈}

해설

$A \cap B = \{\text{독일}\}$

3. 다음 벤 다이어그램을 보고 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $A \cap B = \{1, 2, 5\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$
- ② $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}, A \cup B = \{1, 2, 5\}$
- ③ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $A \cap B = \{3, 4\}, A \cup B = \{10\}$
- ⑤ $A \cap B = \{1, 2, 5\}, A \cup B : \{1, 2, 5, 10\}$

해설

교집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.

따라서 문제의 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 2, 5\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$ 이면, $n(A)$ 는 $n(B)$ 보다 작다.
- ② $A \subset B$ 이고, $A \neq B$ 이면, $n(A) = n(B)$ 이다.
- ③ $B = A$ 이면 $n(A)$ 와 $n(B)$ 는 같다.
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면, $A \subset B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0, \emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

- ① 반례 : $A = \{1\}, B = \{1\}$
- ② 반례 : $A = \{1\}, B = \{1, 3\}$
- ④ 반례 : $A = \{2\}, B = \{1, 3\}$
- ⑤ $A = \{0, \emptyset\}$ 이면 $n(A) = 2$ 이다.

5. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}, B = \{1, 4, 16, a, b\}$ 인 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이고 $A = B$ 이므로
 $a = 2, b = 8$ 또는 $a = 8, b = 2$ 이므로
 $a + b = 10$

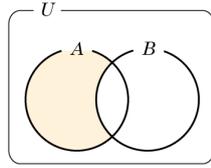
6. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

7. 다음 벤 다이어그램의 빗금 친 부분을 표현한 것으로 옳지 않은 것은?

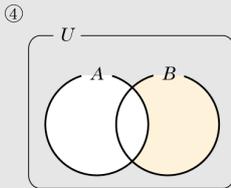


[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B^c$ ② $A - (A \cap B)$
- ③ $A - B$ ④ $(A \cup B) - A$
- ⑤ $B^c - A^c$

해설

④



8. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $B \subset A, A \neq B$

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 5는 반드시 포함하고 10은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.
 부분집합 중 원소 1, 5는 반드시 포함하고 10은 포함하지 않는 부분집합을 구하면
 $\{1, 5\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{1, 5, 20\}, \{1, 2, 4, 5\},$
 $\{1, 2, 5, 20\}, \{1, 4, 5, 20\}, \{1, 2, 4, 5, 20\}$ 이므로 8개이다.

10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

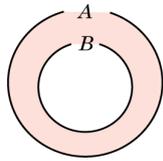
▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 A 와 B 를 각각 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 3, 5, 15\}, B = \{1, 5\}$ 이다. 따라서 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 포함하지 않는 부분집합은 $\emptyset, \{3\}, \{15\}, \{3, 15\}$ 이고 개수는 4개이다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 아래 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 공집합이 아닐 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① $B \subset A$
- ② $B - A = \emptyset$
- ③ $2 \in A$ 이면 $2 \in B$ 이다.
- ④ $A \cap B = B$
- ⑤ $n(A) > n(B)$

해설

③ $A - B \neq \emptyset$ 이다. 예를 들면 $A = \{1, 2\}, B = \{1\}$ 이면 $2 \in A$ 이지만 $2 \notin B$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}, B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 4개
- ④ 8개
- ⑤ 16개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

13. 두 집합 $A = \{1, 3, 6, 9\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $1 \in A$
- ② $n(A) < n(B)$
- ③ $6 \notin B$
- ④ $B = \{1, 3, 9\}$
- ⑤ 집합 A, B 는 모두 유한집합이다.

해설

② $n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) > n(B)$ 이다.

14. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{12\text{의 약수}\}$, $D = \{x \mid x\text{는 } 3\text{보다 작은 자연수}\}$ 일 때, A, B, C, D 의 관계를 부분집합 기호를 이용해서 나타내어라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $D \subset A \subset B \subset C$

해설

$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $D = \{1, 2\}$ 이므로 $D \subset A \subset B \subset C$ 인 관계가 성립한다.

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \subset B^c$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $A - B = \emptyset$

② $A \cup B = A$

③ $A \cap B^c = \emptyset$

④ $(A \cup B) - B = A$

⑤ $B^c \cup A = B$

해설

$A^c \subset B^c$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

① $B - A = \emptyset$

③ $A \cap B^c \neq \emptyset$

④ $(A \cup B) - B = A - B$

⑤ $B^c \cup A = U$

16. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, c, e\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{a, c\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^2 = 4$ (개)

17. 두 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 10\text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{x \mid x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$ 에 대하여 보기의 조건을 모두 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

㉠ $A \cap X = X$

㉡ $(A - B) \cup X = X$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이고 $(A - B) \subset X \subset A$ 이다. 따라서 $\{4, 8, 10\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개)이다.