

실력 확인 문제

1. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

차집합을 구하려면 $n(A \cap B)$ 를 먼저 구해야 한다.

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 20 + 15 - 25 \\&= 10 \\∴ n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\&= 20 - 10 \\&= 10\end{aligned}$$

2. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

[배점 2, 하중]

① 200

② 250

③ 300

④ 350

⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) \times (최소공배수) 이므로

(두 수의 곱)= 5×60

따라서 두 수의 곱은 300 이다.

3. 어떤 두 집합 A, B 사이의 포함관계가 $A \subset B$ 이다. 이 때, 집합 A, B 가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

[배점 2, 하중]

① $A = \{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 짝수}\}, B = \{x|x\text{는 } 2\text{의 배수}\}$

② $A = \{x|x\text{는 } 9\text{의 배수}\}, B = \{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$

③ $A = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}, B = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$

④ $A = \{x|x\text{는 } 10\text{ 이하의 홀수}\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑤ $A = \{x|x\text{는 소수}\}, B = \{x|x\text{는 홀수}\}$

해설

① $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} ∴ A \subset B$

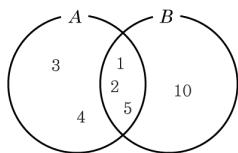
② $A = \{9, 18, 27, \dots\}, B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\} ∴ A \subset B$

③ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$
 $∴ A \not\subset B$

④ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $∴ A \subset B$

⑤ $A = \{2, 3, 5, 7, \dots\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\} ∴ A \not\subset B$

4. 다음 벤 다이어그램을 보고 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짹지어진 것은?



[배점 2, 하중]

① $A \cap B = \{1, 2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$

② $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5\}$

③ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$

④ $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \cup B = \{10\}$

⑤ $A \cap B = \{1, 2, 5\}$, $A \cup B : \{1, 2, 5, 10\}$

해설

교집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.

따라서 문제의 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 2, 5\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$ 이다.

5. $1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① $1001101_{(2)}$

② $1011001_{(2)}$

③ $1001010_{(2)}$

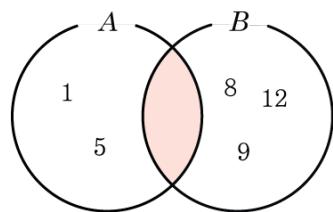
④ $1001111_{(2)}$

⑤ $1001001_{(2)}$

해설

$$1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 1001001_{(2)}$$

6. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 일 때. 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 2개

해설

색칠한 부분은 집합 A 와 집합 B 의 공통 부분인 교집합에 해당한다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 7이다.
원소의 개수는 2개이다.

7. 가로의 길이가 450m, 세로의 길이가 240m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

[배점 3, 하상]

① 30m

② 15m

③ 10m

④ 3m

⑤ 2m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30m이다.

8. 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3 을 포함하고 원소 6 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① \emptyset
- ② $\{1, 6\}$
- ③ $\{1, 4, 12\}$
- ④ $\{1, 3, 4, 10\}$
- ⑤ $\{1, 3, 4, 12\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
 ① 원소 1, 3 이 포함되지 않음.
 ② 원소 6 이 포함.
 ③ 원소 3 이 포함되지 않음.
 ④ $\{1, 3, 4, 10\} \not\subset A$
 ⑤ $\{1, 3, 4, 12\} \subset A$

9. 두 집합 $A = \{1, 4, 7, 10, 11\}$, $B = \{1, 7, 9, 10, 12\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

[배점 3, 하상]

- ▶ 답:
▷ 정답: 54

해설

$A \cup B = \{1, 4, 7, 9, 10, 11, 12\}$ 이므로
 원소의 합을 구하면 $1+4+7+9+10+11+12 = 54$

10. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

11. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때,
 $a+b$ 의 값을 구하여라.

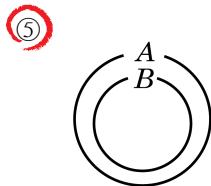
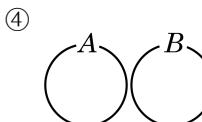
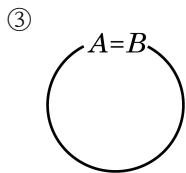
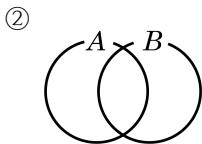
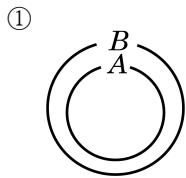
[배점 3, 하상]

- ▶ 답:
▷ 정답: 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고
 $2^4 \times 5^3$ 에서 2의 지수가 4이므로
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2의 지수가 1이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^4 \times 5^3$ 에서 5의 지수가 3이므로
 $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5의 지수가 2이어야 한다.
 따라서 $a = 1$, $b = 2$

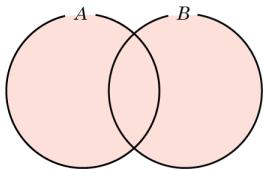
12. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $\{1, 2, 3, 6\}$ 을 원소로 가지는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 두 집합 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]



해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $B \subset A$, $A \neq B$

13. 다음 벤 다이어그램에서 $n(B) = 20$, $n(A - B) = 15$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 갯수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 35 개

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은 $A \cup B$ 이다.

$$A \cup B = (A - B) \cup B$$
 이므로

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n((A - B) \cup B) \\ &= n(A - B) + n(B) \\ &= 15 + 20 \\ &= 35 \end{aligned}$$

(개)이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $\{a, b, c\} \cap \emptyset = \emptyset$

② $\{\text{피, 아, 노}\} \cup \{\text{피, 노, 키, 오}\} = \{\text{피, 아, 노, 키, 오}\}$

③ $\{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \cap \{\clubsuit, \star\} = \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \star\}$

④ $\{x|x\text{는 } 10\text{ 이하의 홀수}\} \cap \{1, 2, 5\} = \{1, 2, 5\}$

⑤ $\{x|x\text{는 } 12\text{ 의 약수}\} \cap \{x|x\text{는 } 18\text{ 의 약수}\} = \{x|x\text{는 } 6\text{ 의 약수}\}$

해설

⑤ $\{x|x\text{는 } \square\text{ 의 약수}\} \cap \{x|x\text{는 } \triangle\text{의 약수}\} = \{x|x\text{는 } \bigcirc\text{의 약수}\}$ 일 때, \bigcirc 는 \square, \triangle 의 최대 공약수이다.

15. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

16. 두 집합 $A = \{2, a+3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여
 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.

$$\therefore a+3=7, a=4$$

$$8 \in B \quad \therefore b=8$$

$$\therefore a+b=4+8=12$$

17. 두 수 48, 56의 약수의 집합을 각각 A , B 라고 할 때,
다음 $\boxed{\quad}$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \boxed{\quad} \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$A \cap B$ 는 48과 56의 공약수의 집합이다. 공약수는 최대공약수의 약수이고, 48과 56의 최대공약수를 구하면 $2^3 = 8$ 이다.

따라서 $\boxed{\quad} = 8$ 이다.

18. 어떤 수로 37을 나누면 1이 남고 116을 나누면 4가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

36과 120의 최대공약수이므로 12이다.

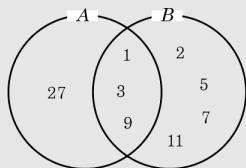
19. 두 집합 A , B 에 대하여 $A = \{x \mid x\text{는 }27\text{의 약수}\}$,
 $A \cap B = \{x \mid x\text{는 }9\text{의 약수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 27\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.
[배점 4, 중증]

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{1, 3, 9, 27\}$, $A \cap B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 벤
다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 집합 $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이다.
따라서 집합 B 의 모든 원소의 합은
 $1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 38$ 이다.

20. 집합 $A = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$, $B = \{24, 48, 72, 96, \dots\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸
것은?
[배점 4, 중증]

① $\{x \mid x\text{는 }16\text{의 배수}\}$

② $\{x \mid x\text{는 }48\text{의 배수}\}$

③ $\{x \mid x\text{는 }24\text{의 배수}\}$

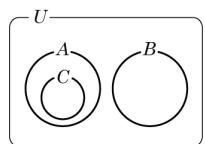
④ $\{x \mid x\text{는 }12\text{의 약수}\}$

⑤ $\{x \mid x\text{는 }12\text{의 배수}\}$

해설

$A \cap B$ 은 집합 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집
합을 의미한다.
 $A \cap B = \{24, 48, 72, 96, \dots\}$ 이므로
조건제시법으로 고쳐보면
 $A \cap B = \{x \mid x\text{는 }24\text{의 배수}\}$ 가 된다.

21. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $A - B = B$
- ② $A \cup B \cup C = U$
- ③ $(A \cup C) \subset B$
- ④ $B \cap C = \emptyset$
- ⑤ $A^c \subset B$

해설

- ① $A - B = A$
- ② $A \cup B \cup C = A \cup B$
- ③ $(A \cup C) \not\subset B$
- ④ $B \subset A^c$