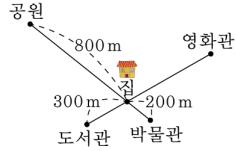


실력 확인 문제

1. 다음 그림은 희망이네 집에서 공원, 영화관, 도서관, 박물관까지의 거리를 나타낸 것이다. 네 곳 모두를 지나는 원 모양의 자전거도로가 있다고 할 때, 희망이네 집에서 영화관까지의 거리를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1600}{3}$ m

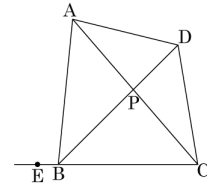
해설

집에서 영화관까지의 거리를 x 라 하면

$800 \times 200 = 300 \times x$ 이므로

$x = \frac{1600}{3}$ (m) 이다.

2. 다음 보기 중에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 조건으로 옳은 것을 모두 고르시오.



보기

㉠ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

㉡ $\angle ABE = \angle ADC$

㉢ $\angle BAC = \angle BDC$

㉣ $\angle ABC = \angle ADC$

㉤ $\angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$

㉥ $\overline{PA} = \overline{PC}, \overline{PB} = \overline{PD}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

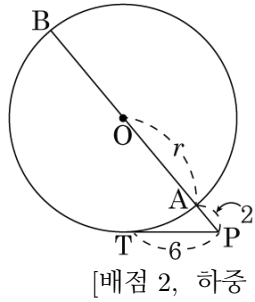
▶ 정답: ㉤

해설

㉣ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

㉥ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

3. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 원 O 의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{PT} = 6$, $\overline{PA} = 2$ 일 때, 원 O 의 반지름 r 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 8

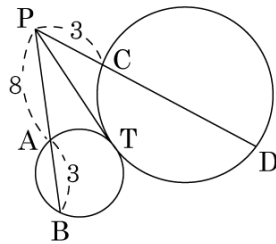
해설

$$\begin{aligned}\overline{PT}^2 &= \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 이므로} \\ 6^2 &= 2 \times (2 + r + r) \text{ 이다.} \\ 36 &= 4 + 4r \\ \therefore r &= 8\end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 두 원이 직선 PT 에 접할 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?

[배점 2, 하중]

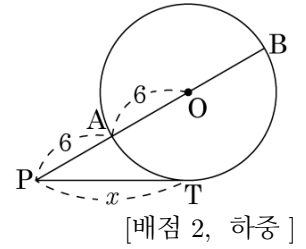
- ① $\frac{78}{3}$ ② $\frac{79}{3}$
③ $\frac{80}{3}$ ④ $\frac{83}{3}$
⑤ $\frac{86}{3}$



해설

$$\begin{aligned}\overline{PT}^2 &= \overline{PA} \times \overline{PB} = 8 \times 11 \\ \therefore \overline{PT} &= \sqrt{88} = 2\sqrt{22} \\ \overline{PT}^2 &= \overline{PC} \times \overline{PD}, (2\sqrt{22})^2 = 3 \times \overline{PD}, 88 = 3\overline{PD}, \overline{PD} = \frac{88}{3} \\ \therefore \overline{CD} &= \overline{PD} - \overline{PC} = \frac{88}{3} - 3 = \frac{79}{3}\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 원 O 의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

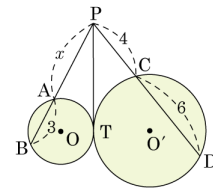
▶ 답 :

▶ 정답 : $6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 &= 6 \times 18, x^2 = 108 \\ x &= \sqrt{108} = 6\sqrt{3} (\because x > 0)\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

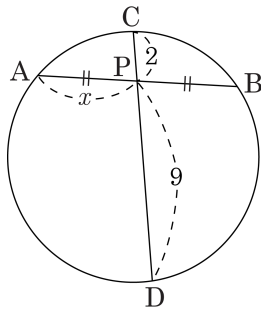
▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}x(x + 3) &= 4 \times 10 \\ x &= 5, -8 \\ x \text{ 는 길이이므로 } x &= 5\end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 x 의 값은?



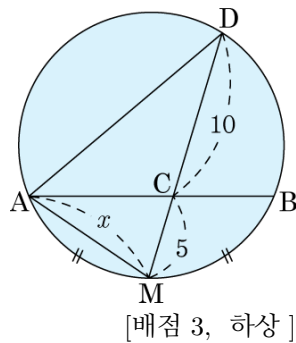
[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x \times x &= 2 \times 9 \\ x^2 &= 18 \\ \therefore x &= 3\sqrt{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?



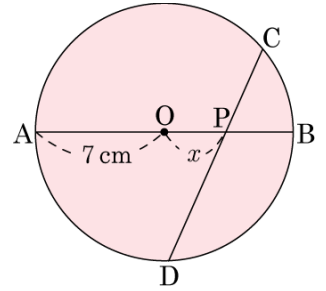
[배점 3, 하상]

- ① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{3}$
 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = 5(5 + 10) \quad \therefore x = 5\sqrt{3}$$

9. 다음 그림에서 $\overline{OA} = 7\text{cm}$, $\overline{PC} \cdot \overline{PD} = 45$ 일 때, $\overline{OP}$ 의 길이는?



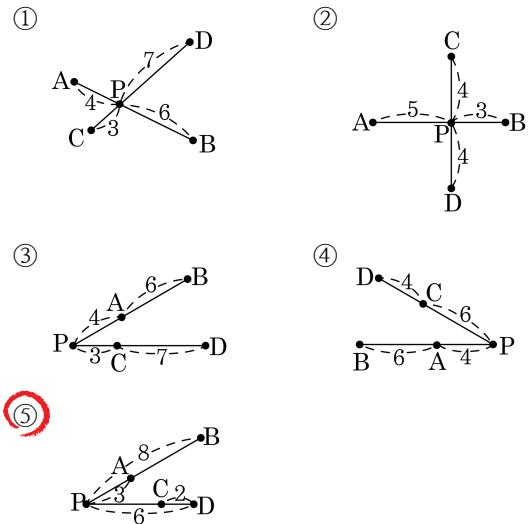
[배점 3, 하상]

- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
 ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{PB} &= 7 - x, \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \text{ 이므로} \\ (7 + x)(7 - x) &= 45 \quad \therefore x = 2 \end{aligned}$$

10. 다음 중 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있는 것은?
 [배점 3, 하상]

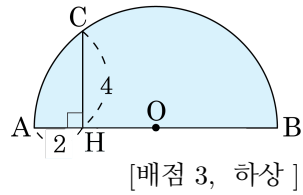


⑤

해설

$3 \times 8 = 4 \times 6$ 이므로 A, B, C, D가 한 원 위에 존재한다.

11. 다음 그림에서 $\overline{BH}$ 의 길이는?



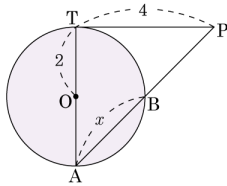
[배점 3, 하상]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

$\overline{CH}$ 의 연장선과 원 O가 만나는 점을 D라 하면
 $\overline{AH} \cdot \overline{BH} = \overline{CH} \cdot \overline{DH}$ 이므로 $2 \times \overline{BH} = 4 \times 4$ ($\because \overline{CH} = \overline{DH}$)
 $\therefore \overline{BH} = 8$

12. 다음 그림에서 T는 원 O의 접점일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle APT$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AP} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$

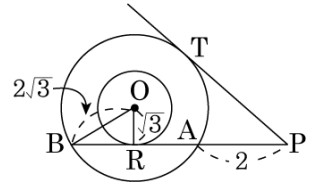
$$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \cdot \overline{PA}$$

$$4^2 = (4\sqrt{2} - x)4\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - x$$

$$\therefore x = 2\sqrt{2}$$

13. 다음 그림에서 두 직선 PT, PR은 반지름의 길이가 각각 $2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ 인 두 동심원의 접선이고 두 점 T, R은 접점이다. $\overline{PA} = 2$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\overline{BR} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{12 - 3} = \sqrt{9} = 3$$

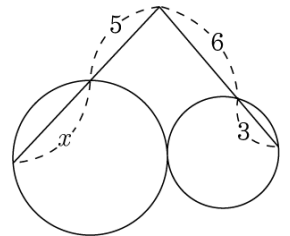
$$\overline{BR} = \overline{AR} = 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } \overline{PT}^2 = 2 \times 8$$

$$\overline{PT}^2 = 16$$

$$\therefore \overline{PT} = 4 (\overline{PT} > 0)$$

14. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{29}{5}$

해설

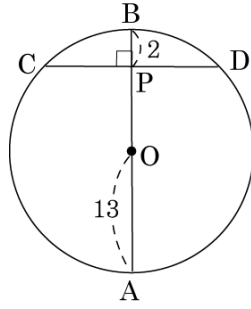
$$5(5+x) = 6(6+3), 25+5x = 54$$

$$\therefore x = \frac{29}{5}$$

15. 다음 그림에서 $\overline{PC}$ 의 길이를 구하면?

[배점 3, 중하]

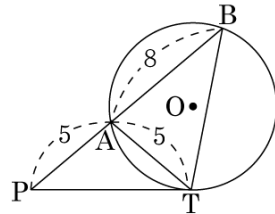
- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$
 ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$
 ⑤ $6\sqrt{3}$



해설

$\overline{PC} = \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PC} = x$ 라 하면
 $\overline{PA} = 13 + 11 = 24$
 $x \times x = 2 \times 24, x^2 = 48$
 $\therefore x = 4\sqrt{3} (x > 0)$

16. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고, $\overline{PB}$ 는 할선이다. $\overline{BT}$ 의 길이를 구하여라.
 (단, 점 T는 접점이다.)



[배점 3, 중하]

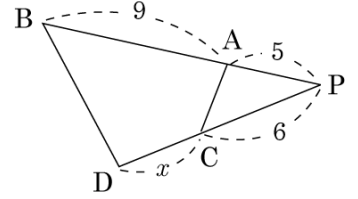
▶ 답:

▶ 정답: $\sqrt{65}$

해설

$\overline{PT}^2 = 5 \times 13 = 65, \overline{PT} = \sqrt{65} (\because \overline{PT} > 0)$
 $\angle APT = \angle ATP = \angle ABT$ 이므로
 $\overline{BT} = \overline{PT} = \sqrt{65}$

17. 다음의 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다고 할 때, x 의 값은?

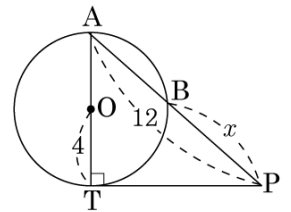


[배점 3, 중하]

해설

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로
 $5 \times 14 = 6(6 + x)$
 $70 = 36 + 6x, 6x = 34, x = \frac{17}{3}$

18. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고, T는 접점이다. x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

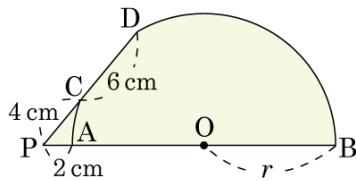
▶ 답:

▶ 정답: $\frac{20}{3}$

해설

$\overline{AT} = 8, \overline{AP} = 12$ 이므로
 $\overline{PT} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{144 - 64}$
 $= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$
 $(4\sqrt{5})^2 = x \times 12, 80 = 12x$
 $\therefore x = \frac{80}{12} = \frac{20}{3}$

19. 다음은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 를 현 CD 를 따라 자른 도형이다. 반원 O 의 지름과 현의 연장선이 만나는 점을 P 라 할 때 반원의 지름을 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① 12 cm ② 14 cm ③ 16 cm
 ④ 18 cm ⑤ 20 cm

해설

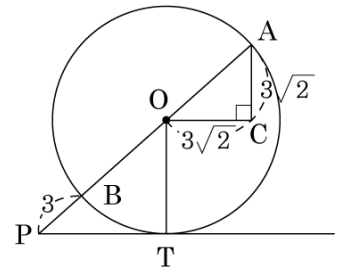
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$$

$$2(2 + r + r) = 4(4 + 6)$$

$$r = 9$$

따라서 반원의 지름은 18 cm 이다.

20. 다음 그림처럼 $\overrightarrow{PT}$ 는 점 T 에서 원 O 에 접하는 직선이고, 원의 내부에서 점 C 를 잡아 점 A 와 원의 중심 O 를 연결하였더니 $\angle ACO$ 가 직각이 되었다. $\overline{PT}$ 의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$\triangle AOC$ 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{AO} = 6$ 이므로

$\overline{PT} = x$ 라고 하면

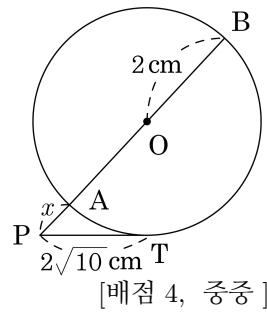
원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라

$$x^2 = 3 \times (3 + 12) = 45$$

$$\therefore \overline{PT} = 3\sqrt{5} \quad (\because x > 0)$$

따라서 $a + b = 8$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 반지름이 3 cm 인 원 O 의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 4 cm

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$$

$$(2\sqrt{10})^2 = x(x + 6)$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$(x - 4)(x + 10) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } -10$$

$$\therefore x = 4 (\because x > 0)$$